

کتابخانه تصنیف سید کاظم علی ری آبادی

10/1

~~10/1~~

بروز

ایستاد

میلادی الهند

ایستاد

ایستاد

یافتی

19

نیکو

هذا معجم يتضمن بيان بعض كلمات هندسية * وتفسير الفاظ اصطلاحية *
يتفقد به الطلاب * وتكمل به فائدة الكتاب

حرف الالف

اسطوانة

هي جسم قاعدته دائرتان متوازيتان وسطحه الظاهر منحني * وارتفاع
الاسطوانة هو العمود النازل من مركز القاعدة العليا على مستوى القاعدة
السفلى وهذا العمود لا يمر بالمركزين الا اذا كانت الاسطوانة قائمة * ومساحة
مجسمها تساوى حاصل ضرب ارتفاعها في قاعدتها لان الاسطوانة يمكن ان
تعتبر منشورا قاعدته مضلع مركب من عدة اضلاع صغيرة جدا

اسطوانة قائمة

هي ما كان فيها المستقيم الواصل من احد مركزي القاعدتين الى الآخر عمودا
على مستوى القاعدتين

اسطوانة مائلة

هي ما كان فيها الخط المستقيم الواصل من احد مركزي القاعدتين الى الآخر
مائلا على مستوى القاعدتين

امتداد

هو الفراغ المشغول باجسام محسوسة بالفعل او بالوهم كبيرة كانت او صغيرة *
فامتداد البستان مثلا هو المسافة المتحصرة بين حيطانه وامتداد الخوض
المسافة التي بين حافته وامتداد الدار كناية عن الفراغ المتحصر بين ارتفاعه
وطوله وعرضه

حرف الباء

بنظرة

بالباء الفارسية التي يتقل بها كل نوع من انواع الرسم وان لم يكن للناقل معرفة
بفن الرسم

حرف

حرف الجيم

جسم

هو ما احتوى على الأبعاد الثلاثة الطول والعرض والعمق

حرف الخاء

خط

هو ما ليس له الأبعاد واحد أو هو الطول * وهو أنواع والاصول منها أربعة

المستقيم والمنكسر والمنحنى والمركب

خط افق

هو خط مستقيم يمكن رسمه على الأرض إذا كانت مستوية

خط رأسي

هو خط مستقيم عمودي على الافق

خط شعاعي

هو خط مستقيم واصل من مركز الدائرة إلى محيطها

خط قائم

راجع الخط الرأسي

خط مائل

هو خط يتلاقى مع خط آخر ليس عمودا عليه

خط مستدير

هو ما كانت نقطه الموضوعه في مستوا واحد على بعد واحد من نقطة الوسط

المسماة مركزا

خط مستقيم

هو اقصر بعد بين نقطتين

خط مماس

هو الذي لا يمس محيط الدائرة الا في نقطة واحدة ولومد الى غير نهاية *

ويكون عمودا على نصف القطر المار بهذه النقطة * واذا عينت نقطة

على المحيط فانه يمكن رسم خط مماس منها بان تصل نصف القطر بالنقطة
المذكورة وتقيم من طرفه عمودا فهذا هو الخط المماس * وبواسطة
هذه العملية يمكن عمل مضلع منتظم وذلك بان تعين خمس نقط متساوية البعد
عن بعضها على محيط الدائرة وترسم من هذه النقط خمسة خطوط مماسة فتصير
هذه الخطوط محيط المضلع المنتظم ذا الخمسة اضلاع الذي ينحصر فيه محيط
الدائرة انحصارا كاملا

خط منتصب

راجع الخط الرأسى

خط منحني

هو ما ليس مستقيما ولا منكسرا

خط منكسر

هو ما تركيب من خطوط مستقيمة متصل بعضها ببعض

خط نصف النهار

ويقال دائرة نصف النهار هو دائرة عظمى ترسم على الكرة وتقسمها قسمين
متساويين وقاطعة لخط الاستواء * واحد القسمين يقال له شرقى والاخر غربى

خطوط متوازية

هي خطوط مرسومة في مستوا واحد لا يمكن تلاقيها ابدا ولومدت الى
غير نهاية * وذلك لان الخطوط المتوازية على ابعاد متساوية لو فرض انها
تقاربت من بعضها في بعض المحال للزم تلاقيها قريبا او بعيدا فاذا لا تكون
متوازية واذا اردت ان تاخذ مقدار المسافة التي بين الخطين المتوازيين
فافرض نقطة على احدهما وأنزل من هذه النقطة عمودا على الخط الاخر
فطول هذا العمود هو مقدار المسافة التي بين الخطين المتوازيين

حرف الدال

دائرة

هي سطح مستو منته بنحط منحني جميع نقطه على بعد واحد من نقطة الوسط

المسماة مركزا ونطلق ايضا على الخط المذكور الذي هو المحيط

دائرة صغيرة

هي ما كان مركزها غير مركز الكرة

دائرة كبرى

هي ما كان مركزها عين مركز الكرة

حرف الزاى

زاوية

هي اتفراج خطين متلاقين في نقطة تسمى رأس الزاوية ويسمى الخطان ضلعي

الزاوية او طرفيها

زاوية حادة

• هي التي تحدث من تلاقي خطين مائلين وتكون اصغر من القائمة

زاوية قائمة

هي التي تحدث من تلاقي خطين عمودين على بعضهما

زاوية منفرجة

هي التي تحدث من تلاقي خطين مائلين وتكون اكبر من القائمة

حرف السين

سطح

هو الذي لا يحتوى الاعلى بعدد من فقط وهما الطول والعرض والسطوح انواع

والاصول منها اثنان فقط وهما السطح المستوى والسطح المتحنى

سطح الدائرة

هو المسافة المحصورة في داخل المحيط

• سطح الشكل

هو المستوى المحيط من جميع جهاته بخطوط مستقيمة او منحنية يتكون منها

الشكل المذكور * واذا اردت ان تاخذ مساحة سطح اى شكل كان فضع

عدة مرات على الشكل المذكور سطحا معينا لا يتغير فيكون هذا السطح حيثئذ

وحدة القياس وهي كتابة عن مربع ضلعه يساوي وحدة الطول المسماة مترا *
 وإذا اردت ان تأخذ مساحة سطح شكل متوازي الاضلاع فأضرب ارتفاعه
 في قاعدته * وتقوم مساحة سطح المربع الذي طول ضلعه معين يكون ايضا
 بضرب ارتفاعه في قاعدته المساوية لهذا الارتفاع * ومساحة سطح المثلث
 إما كان تؤخذ بضرب قاعدته في نصف ارتفاعه فقط وذلك لان المثلث نصف
 متوازي الاضلاع فيكون سطحه مساويا لنصف سطح متوازي الاضلاع *
 و سطح شبه المنحرف تؤخذ مساحته بضرب ارتفاعه في نصف مجموع قاعدتيه
 المتوازيين لان شبه المنحرف ينقسم بواسطة قطره الى مثلثين متحدى
 الارتفاع مختلفي القاعدة فكل الامر حينئذ الى اخذ مساحة هذين المثلثين *
 وكيفية اخذ مساحة سطح مضلع غير منتظم ان تقسم هذا المضلع الى
 عدة مثلثات بقدر ما يوجد من الاضلاع الاثني فبواسطة الاقطار المرسومة
 من رأس واحد الى رؤس غير متجاورة ثم خذ مقدار ارتفاع المثلثات على
 التوالي وقرأ عدها تكون مساحتها مساحة المضلع المذكور * واما
 مساحة سطح المضلع المنتظم فهي مساوية لحاصل ضرب محيطه في نصف قطر
 الدائرة الداخلة * وكيفية اخذ مساحة حجم كثير السطوح ان تحله الى اهرام
 وطريقة ذلك ان تقسمه بمستويات تمر برأس زاوية مجسمة فيتحلل حينئذ
 الى عدة اهرام جزئية بقدر ما في كثير الاضلاع من الواجهة ماعدا الواجهة
 التي تتكون منها الزاوية المجسمة التي تمر منها مستويات التقسيم وإذا
 كان كثير السطوح منتظما فان الرأس الذي تمر منه مستويات التقسيم
 يكون في مركز هذا الجسم يعني في نقطة الوسط التي تكون على ابعاد متساوية
 من جميع رؤس كثير السطوح فيكون حجم كثير السطوح مساويا لمجموع حجوم
 الاهرام الجزئية وبعبارة اخرى يكون مساويا لمجموع قواعدا الاهرام الجزئية
 مضروبة في ثلث ارتفاعها المشترك

سطح محدب

هو ما لا يمكن ان يتلاقى معه الخط المستقيم الذي يمر بالجسم الا في نقطتين *

وإذا كان كثير السطوح منتظما فان سطحه المحدث يتركب من مجموع
سطوح متساوية ينحصر بينهما الجسم وفي بعض العبارات يتركب من
احدا وجه كثير السطوح المذكور مكررا عدة مرات بقدر ما يوجد من
الاجه المختلفة

سطح مختلط

هو ما كان بعضه منحنيا وبعضه مستويا * وطريق معرفته ان يمكن تطبيق
مسطرة مستقيمة على احدا اجزائه دون الاخر

سطح مستو

هو الذي يمكن ان ينطبق عليه خط مستقيم في سائر اقطاره وامتداده

سطح منحن

هو الذي لا يمكن ان ينطبق عليه خط مستقيم من جميع جهاته

حرف الشين

شاقول

هو خيط باحد طرفيه قطعة رصاص بها يكون مشدودا على الاستقامة

شبيه المتحرف

هو ما كان فيه ضلعان متوازيان

شقة كروية

هي جزؤ من سطح الكرة واقع بين نصفي دائرتين كبيرين متقاطعين

شكل

هو مستو محاط من جميع جهاته بخطوط مستقيمة او منحنية * واقل ما يلزم

في الشكل من الخطوط المستقيمة ثلاثة ويقال لها اضلاع الشكل

حرف الطاء

ظويعرافية

اسم للتخطيط الصحيح الذي يبين بلدة مخصوصة او خطا مخصوصا ونحو ذلك

فهى اخص من الجغرافية

طبلسان

هو قطعة مجوفة من الكرة

حرف العين

عمود

هو الخط المستقيم الذي اذا تلاقي مع مثله لا يميل عليه من جهة اسكتر من

الانثري * ثم ان العمود لا يكون رأسي الا اذا كان موازيا لجهة خط الشاقول

ولا يكون الخط الرأسي عمودا على الخط الذي يتلاقى معه في سطح مستو

واحد الا اذا كان هذا الخط الثاني انقيا

حرف القاف

القاسم الاعظم

هو اكبر الاعداد القاسمة المشتركة بين عدة اعداد

قاطع

هو الخط الذي يقطع محيط الدائرة

قطع الدائرة

هو جزء من الدائرة واقع بين قوس من محيطها ونصف قطرين مارين بطرفي تلك

القوس

قطع كروي

هو جسم متولد من دوران قطع يدور حول احد نصفي القطرين او حول قطر

موجود في مستوى القطع دورة كاملة

قطب

هو احد نهايتي المحور الذي يدور عليه جسم كروي

قطر الدائرة

هو المستقيم الذي يقطع الدائرة مارا بمرکزها

قطر الشكل

هو المستقيم الذي يصل رأسي زاويتين غير متجاورتين والغرض من اقطار

الاشكال تقسيمها الى عدة مثلثات بقدر ما يوجد من الاقطار وزيادة واحد من

المثلثات

قلر الكرة

هو الخط المستقيم الذي يمر بمركز الكرة ويقتضي من طرفيه بمحيطها

قطعة الدائرة

هي السطح المستوي الواقع بين القوس ووتره

قطعة كروية

هي جزؤ حجم الكرة الواقع بين مستويين متوازيين هما قاعدتاها

قطع مشترك

هو نقطة يتقاطع فيها خطان او خط يتقاطع فيه مستويان او سطح يتقاطع فيه

جسمان

قوس

هو قطعة من المحيط منحصرة بين طرفي الوتر

حرف الكاف

كثير الاضلاع المحدب

راجع السطح المحدب

كثير الاضلاع المتظم

هو ما كانت اضلاعه وزواياه متساوية

الكرة

هي جسم منته بسطح منحن جميع نقطه على بعد واحد من نقطة الوسط المسماة

مركزا • وحجم الكرة يساوي الحاصل من ضرب ثلث نصف قطرها في سطحها

المحدب

حرف الميم

متر

هو ثلاثة اقدام تقريبا •

متساوي الاضلاع

هو كل شكل استقامت اضلاعه ونساوت

متساوي الزوايا

هو كل شكل استقامت اضلاعه وتساوت زواياه

متوازي الاضلاع

هو ما كانت اضلاعه المتقابلة متوازية ومتساوية

مثلث

هو ما ركب من ثلاث زوايا وثلاثة اضلاع

مثلث قائم الزاوية

هو ما كانت احدى زواياه قائمة * ولا يمكن ان تتعدد الزوايا القائمة في المثلث

لانه يلزم لتكوين الزاويتين القائميتين ان يكون ضلعان من المثلث عمودين على

الثالث وينتج من ذلك ان هذين العمودين يكونان متوازيين فلا يتلاقيان

اصلا فاذن لا تتكون منهما الزاوية الثالثة

محور

هو قطر الكرة التي تدور عليه وطرفاه بسميان بالقطبين

محيط الدائرة

راجع الخط المستدير

محيط الشكل

هو كتابة عن مجموع اضلاعه

مخروط

هو هرم قاعدته دائرة وسطه الجنبي منحن وارتفاعه هو العمود النازل من

رأسه على سطح القاعدة * ومساحة حجم المخروط هي حاصل ضرب ارتفاعه

في ثلث قاعدته لانه يمكن اعتبار المخروط كهرم تكون قاعدته مضلعا مريكا

من عدة اضلاع صغيرة جدا

مخروط قائم

هو ما كان العمود النازل من رأسه على سطح قاعدته يمر بمركزها على

التدقيق

مخروط

مخروط مائل

هو ما كان العمود النازل من رأسه على سطح قاعدته لا يمر بمركزها

مربع

هو متوازي الاضلاع الذي زواياه قائمة واضلاعه متساوية

مركز

هو نقطة الوسط في كل دائرة او كرة او شكل منتظم

مستطيل

هو ما كانت اضلاعه المتجاورة مختلفة وكانت جميع زواياه قائمة

مستو

راجع السطح المستوي

مضلع

راجع الشكل * واوجز المضلعات على الاطلاق هو المثلث

مضلع غير منتظم

هو الذي لم تتساو اضلاعه وزواياه

مضلع منتظم

راجع كثير الاضلاع المنتظم

معين

هو ما كانت اضلاعه متساوية ولم تكن احدى زواياه قائمة

منشور

هو ما احيط بسطوح متوازية الاضلاع وكان طرفاه محدودين بشككين

مستقيمي الاضلاع متساويين ومتوازيين * ويسمى منشورا مثلثيا اذا كانت

قاعدتاه مثلثين ومتوازي السطوح اذا كانت قاعدتاه شككين متوازيي

الاضلاع ومتساويين ويقال للمتوازي السطوح الذي تكون اضلاعه اعمدة

على سطحي القاعدتين متوازي المستطيلات وهو جسم محاط بستة اوجه

اعني بست مستطيلات متساوية وموازية لبعضها البعض اثنين اثنين

منشور قائم

هو ما كانت اضلاعه اعمدة على قاعدته

منشور مائل

هو ما كانت اضلاعه مائلة على قاعدته * وارتفاعه ايا كان هو البعد الذي بين قاعدته المبرعنه بالعمود النازل من نقطة من احدى قاعدته على الاخرى * واشهر المناشير الائمة هو ما كانت جميع اضلاعه متساوية ومتوازية اثنين اثنين وكانت جميع زواياه ذات الوجهين قوائم وهذا المنشور يسمى مكعبا ويكون شكلا منتظما من حيث ان جميع اوجهه مربعات متساوية وجميع زواياه الجسم قوائم متساوية

واذا اردت ان تاخذ مساحة حجم المكعب الذي طول احدا اضلاعه معلوم فاضرب مربع الرقم الدال على هذا الطول في نفسه واضرب ارتفاع الجسم في سطح قاعدته * ومساحة حجم المنشور المثلثي هي الحاصل من ضرب ارتفاعه في قاعدته * لان كل منشور مثلثي نصف متوازي السطوح المتكدم معه في الارتفاع فيكون حجمه نصف حجم هذا الجسم

منطقة

هي جزء من سطح الكرة محصور بين دائرتين متوازيين او بين دائرة لاسطوان ودائرة موازية لها او القطب * وبعبارة اخرى هي جزء من سطح الكرة واقع بين مستويين متوازيين

حرف النون

نصف القطر

راجع الخط الشعاعي

نقطة

هي التي ليس لها شيء من الابعاد الثلاثة

نقطة التماس

هي ما اشترك فيه النقيض والخط المستقيم المماس له

نقطة الغرض

هي احدى النقط المرتبة من جسم يتوجه اليه خط شعاعي "بصرى"
نقطة المرئى

راجع نقطة الغرض

حرف الهاء

هرم

هو جسم ذو قاعدة واحدة محاط بثلاث رؤسها مجتمعة في نقطة الرأس *
ومساحة حجم الهرم المثلثى هي حاصل ضرب ارتفاعه في ثلث قاعدته * وذلك
لان الهرم المذكور يعتبر في الهندسة ثلث متوازي سطوح متحد معه
في القاعدة والارتفاع لانه يمكن تحليل متوازي السطوح المذكور الى ثلاثة
اهرام مثلثية متحدة في القاعدة والارتفاع * وكيفية اخذ مساحة حجم
اى هرم كان ان تحلل هذا الهرم الى عدة اهرام مثلثية بقدر ما يوجد فيه من
الاجزء * وطريقة ذلك ان تفوت من رأسه مستويات تقسم قاعدته الى عدة
مثلثات بقدر ما يوجد فيه من الاضلاع .

هندسة

هي علم يبحث فيه عن مقدار الامتداد ومساحته

حرف الواو

وتر

هو الخط المستقيم الواصل بين طرفي القوس * وبعبارة اخرى هو خط مرسوم
في الدائرة ومشتبه الى المحيط من غير مرور بالمركز

* (فهرست كتاب مبادئ الهندسة) *

صفحة

مبادئ الهندسة	٢
المقالة الاولى وفيها عدة فصول	٢
الفصل الاول في اصول علم الهندسة	٢
مسائل ايجالية في الامتداد	٢
خواص الخطوط والسطوح	٢
في المثلثات وتساويها	٤
بيان الخطوط الاعمدة والمائلة	٧
مبحث المتوازيات وتساويها	١٠
الاشكال الكثيرة الاضلاع وخواصها الاصلية	١٨
* (الفصل الثاني) *	
مبحث الخطوط المناسبة وتشابه المثلثات والكثيرة الاضلاع	٢٠
خواص الدائرة	٢٦
خواص الاشكال الكثيرة الاضلاع المنتظمة المرسومة في داخل الدائرة وخارجها والنسبة التقريبية التي بين القطر والمحيط	٢٧
(الفصل الثالث) في سطح كثير الاضلاع وسطح الدائرة	٣٣
(الفصل الرابع) في مقابلة سطوح الاشكال المتشابهة	٣٩
(الفصل الخامس) في دعاوى عملية هندسية متعلقة بالدعاوى النظرية المتقدمة	٤٤
حل الدعاوى العملية بالعمل	٤٤
حل الدعاوى العملية بالحساب	٥٧
دعاوى للحل	٦٣
المقالة الثانية وفيها عدة فصول	٦٥
(الفصل الاول) في خواص المستويات التي تتلاقى وخواص الخطوط	٦٥

المستقيمة المقطوعة بمستويات متوازية	
(الفصل الثاني) في الزوايا الكثيرة السطوح ويقال لها المجسمة	٧٠
(الفصل الثالث) في الاجسام المنتهية بعدة مستويات وفي بعض خواصها	٧٣
شروط تساوي ذوات السطوح الثلاثة والمناشير وخاصة القطوع المصنوعة في هذه الاجسام	٧٥
(الفصل الرابع) في مساحة احياز المناشير والاهرام	٧٧
(الفصل الخامس) في تشابه المجسمات	٨٤
(الفصل السادس) في الاجسام المستديرة وخواصها الاصلية	٨٥
(الفصل السابع) في مساحة سطح الاجسام المستديرة	٩٠
(الفصل الثامن) في مساحة حجم الاجسام المستديرة	٩٥
(الفصل التاسع) في مقابلة الاجسام المستديرة والاجسام المنتظمة وتشابه الاجسام المستديرة	٩٩
حدود الاجسام المنتظمة	١٠٠
ذكر جملة مسائل عملية حلها مبني على جملة من الاصول السابقة	١٠١
المقالة الثالثة في التسوية	١٠٢
(الفصل الاول) في مباحث نظرية	١٠٢
(الفصل الثاني) في تطبيق الدعاوى النظرية السابقة	١٠٦
ميزان المياه	١٠٦
المرى	١٠٧
التسوية البسيطة	١٠٨
اخذ صورة قطع ارض	١٠٩
التسوية المركبة	١١٠
الرسم بالبتشيطة	١١٢

تجميعه

د

١١٤ العمل بالطريقة الاولى

١١٧ آلة انحرافية

١١٨ العمل بالطريقة الثانية

١٢١ اخذ صورة الرسم بالبوصلة

١٢٥ اخذ رسم الاماكن بدائرة المساح

١٢٧ (الفصل الثالث)

في نبذة مختصرة في بعض طرق رسمية مستعملة في نقل الرسوم ونقلها
بواسطة مختصر

* (تبيينه) *

اعلم ان حروف المقالة الثالثة من هذا الكتاب منها ما هو صغير ومنها ما هو كبير
والفرق بينهما ان ما كان منها على نسق الحروف المصطلح عليها في كتب
الهندسة فهو الصغير وما كان منها على نسق الحروف الفارسية فهو الكبير
فالذال الكبيرة مثلا صورتها هكذا د والصغيرة صورتها هكذا و
والسين الكبيرة صورتها هكذا س والصغيرة صورتها هكذا سـ والباء
الكبيرة صورتها هكذا ب والصغيرة صورتها هكذا بـ والالف الكبيرة
صورتها هكذا ا والصغيرة صورتها هكذا اـ وهم جريا



مبادئ الهندسة

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله المحيط علمه بجميع الاشياء * المنزه عن اشكال الجسمية بلا امتراء
 المدبر ما كان وما يكون * تعالى عن ان تدركه العيون * فسبحانه لا اله
 سواه * ولا معبود الاياه * استمد الكون الوجود من نقطة وجوده *
 فافتقر كل الى منشور كرمه وجوده * واستبدت باستغنائه عن الكائنات *
 فعم كرمه جميع الموجودات * والصلاة والسلام على المنتخب من عدنان
 الناصخ دينه جميع الاديان * محمد المعوث من خير ارومه * المنتخب
 من اكرم جرنومه * قطب مدار العالم ومركزه * من رسمت انواع
 الكالان في حيزه * وعلى اله اعمدة الشريعة الغرا * واصحابه اساطين
 الناس طرا

وبعد قلا كان ولي النعم الشامله * والعواطف الغزيرة الكاملة * صاحب
 العزمات الصديقية * والاراء العمرية * والمراحم العمانية والفتكات
 العلوية * من هو الى سعة الرجة يوى * افندينا عباس باشا حلي * شديد
 الرغبة في تدوين الايالة المصرية * حريصا على ان يكون فيها للمعارف اهلية
 * مولعا بما يعود تنفعه على الاهالي * بصيرا بما ينفع في الوقت الحالى
 لاسيما تعليم العساكر * العائدة منفعته في الغابر * كان كثيرا الحث على نشر
 كتب العلوم * بطبع ما فرغ منها وترجة ما هو بالقريبة معدوم
 وهذا مختصر كان قد عربه لمدرسة الطوبجية . وغيرها من المدارس
 العسكرية * من ترجى له شفاعته خير شافع * حضرة رفاعة بيك بدوى
 رافع * وصار عليه التعليم * وحصل به النفع العميم * ثم طرح في زوايا
 الاهمال * وضرب عنه صفحا في هذا المجال * لما ترجم كتاب لويجنادر
 الشهير * والتفت اليه الصغير والكبير * ثم في سنة ثمان وخسين *
 بعد الالف والمائتين * اقتضى الحال الرغبة فيه * وكثرة راغبيه
 وطالبيه * على عادة تغير مزاج الزمان وطبعه * فصدر الامر بنشره
 وطبعه * ولما كان فيه من الاصطلاحات القديمة مانعها الاسماع * ولا
 يميل اليه سليم الطباع * ومن اللعنات في الترجمة * ما يقع في الحيرة من
 اراد تفهمه * اقتضى الحال في سنة سبعين * بعد الالف والمائتين * ان
 يطبع بمطبعة مهند مختانه * بعد ان يقابله من خوجاتها اولوا القطانه * وان
 يصلح ما وقع فيه من الغلطات * وان يغير منه ما لا يليق من الاصطلاحات
 فاهتم بذلك ناظر هذه المدرسة * التي هي على المعارف مؤسسه * واحال
 مقابلته على المتوكل على ربه المعيد المبدى * احد خوجاتها برعى افندي
 فشرعن ساعدا الجدي في مقابلته وتغيير الاصطلاحات * مع مشاركته
 في بعض الاوقات لبعض الخوجات * وكان المباشر لتصحيح عباراته *

وتهديب اشاراته * اسير الاوزار * ابراهيم عبدالغفار * اطل الله ايام

الخدوي صاحب الهمة العلية * ووسع به وبانجالة دائرة

المعارف في مصر اليه * بجاه من ركب

البراق * ورقى الى السبع

الطباقي

* (مبادئ الهندسة) *

* (المقالة الاولى) *

* (وفيها عدة فصول) *

* (الفصل الاول) *

* (في اصول علم الهندسة) *

* (مسائل اجمالية في الامتداد) *

(١) الفراغ الذي يشغله الجسم له بالضرورة ثلاثة ابعاد هي الطول

والعرض والعمق او الارتفاع اى السمك

ونهايات الجسم سطوح فالسطح ماله طول وعرض فقط

ونهايات السطوح خطوط فانها ماله بعد واحد وهو الطول

ونهايات الخطوط نقط هندسية فالنقطة ماله ليس له بعد

ومن المعلوم ان هذه النهايات الثلاث المختلفة لا وجود لكل منها على حدة

في الخارج وانما تعتبر في الذهن والوهم فقط ولما كانت البسائط مقدمة

على المركبات ذكرنا خواص الخطوط ثم السطوح ثم الاجسام وهذه النهايات

الثلاث هي المقصودة من هذا العلم

* (في خواص الخطوط والسطوح) *

(٢) الخط المستقيم هو أقصر بعد من نقطة الى اخرى

فحينئذ كل نقطتين مفروضتين لا يمكن ان يمتد بينهما الا خط واحد مستقيم

(٣) كل خط ليس مستقيما ولا مركبا من الخطوط المستقيمة فهو خط

منحن

والخط المستقيم منفرد في نوعه بخلاف الخط المنحنى فانه لا نهاية لانواعه

(٤) السطح المستوي هو الذي يمكن ان ينطبق عليه خط مستقيم في اى

جهة من جهاته

نخطوط الاشكال المتعلقة بهذا الكتاب موضوعة على سطوح مستوية

(٥) كل سطح ليس مستويا ولا مركبا من سطوح مستوية فهو سطح منحن

والسطح

والسطح المستوي منفرد ايضا في نوعه واما السطوح المنحنية فهي ذوات انواع لانهاية لها

(٦) الخط المستدير المسمى ايضا محيط الدائرة كما في (شكل ١) هو ما كانت نقطة الموضوع في سطح واحد على بعد واحد من نقطة الوسط المسماة مركزا وهذا الخط المستدير هو اسهل الخطوط المنحنية وهو المعتبر في مبادئ الهندسة دون غيره

(في خواص الخطوط المستقيمة الصادرة عن وضع كل منها بالنسبة الى ما عداها)
(٧) من المعلوم ان الخط المستقيم لا يمكن ان يتلاقى مع مستقيم آخر الا في نقطة واحدة

(٨) الزاوية هي الانفراج الواقع بين خطين مستقيمين متلاقين يتوهم امتدادهما كما يراد فالخطان $سم$ و $سـر$ المستقيمان كما في (شكل ٢) هما ضلع الزاوية $سمـر$ ونقطة $سـ$ هي رأسها

(٩) الزاويتان المتساويتان هما اللتان اذا وضعت احدهما على الاخرى انطبقت عليها انطباقا كاملا

(١٠) اذا تلاقى خطان مستقيمان كخطين $اـ$ و $سـد$ بحيث يحدث عنهما زاويتان متجاورتان متساويتان كالزاويتين $اسـد$ و $دسـا$ كما في (شكل ٣) كان كل من هاتين الزاويتين زاوية قائمة وكان الخط $سـد$ عمودا على $اـ$ و $اـ$ عمودا على $سـد$ ومن ذلك يعلم ان سائر الزوايا القائمة متساوية لان المسافة الواحدة التي هي مثل $اـد$ لا يمكن قسمتها الى قسمين متساويين بمستقيم مثل $سـد$ الا بكونه عمودا على $اـ$

(١١) كل زاوية اصغر من القائمة فهي حادة مثالها الزاوية $فـحـر$ وكل زاوية اكبر من القائمة فهي منفرجة مثالها الزاوية $سـحـر$ انظر (شكل ٤)
(١٢) كل مستقيم يلاقى مستقيما آخر فانه يحدث عنهما زاويتان متجاورتان مجموعهما يساوي زاويتين قائمتين

ومن المعلوم ان الزاويتين $سـحـر$ و $سـهـر$ المتجاورتين كما في (شكل ٥)

مجموعهما مساو لزاويتين قائمتين فعلى ذلك اذا كانت احدهما قائمة كانت
ال اخرى بالضرورة كذلك اى قائمة وكان كل من الخطين اللذين حدث عنهما
هاتان الزاويتان عمودا على الاخر

(١٣) سائر الزوايا $\angle د و د ر و د ر$ المتتالية الكائنة
فى جهة واحدة من جهتي المستقيم $\angle د$ كفاي (شكل ٦) مجموعها يساوى
زاويتين قائمتين

(١٤) اذا تقاطع خطان مستقيمان كفاي (شكل ٧) فالزاويتان
المتقابلتان برأسيهما تكونان متساويتين

وذلك ان مجموع الزاويتين $\angle د و د ر$ المتجاورتين يساوى زاويتين
قائمتين كما تقدم فى بند (١٢) وكذا مجموع الزاويتين $\angle د و د ر$
يساوى زاويتين قائمتين فاذا طرح من كل من المجموعين الزاوية $\angle د$
المشتركة بقيت الزاوية $\angle د$ مساوية لمقابلتها $\angle د$ وهو المطلوب
وبمثل ذلك يبرهن على ان الزاوية $\angle د = \angle د$
(١٥) فينتج من هذا ان جميع الزوايا التى يمكن رسمها حول نقطة تساوى
اربع زوايا قائمة

* (فى المثلثات وتساويها) *

(١٦) اقل ما يلزم لتحديد مسافة ثلاثة مستقيمت وسمى هذه

المسافة مثلثا مثاله المثلث $\angle د$ كفاي (شكل ٨) وخطوط

$\angle د و د ر$ هي اضلاع ذلك المثلث

(١٧) يتساوى المثلثان اذا كان فى كل منهما زاوية مساوية لزاوية من

الاخر ومنحصرة بين ضلعين مساوكل منهما لنظيره من الاخر فاذا فرض

$\angle د = \angle د و د ر = \angle د$ يقال كفاي (شكل ٨) ان

المثلثين $\angle د و د ر$ يمكن وضع احدهما على الاخر بحيث ينطبق عليه

انطباقا كاملا اتنا اذا وضعنا $\angle د$ على مساويه الذى هو $\angle د$ فان الضلع

آسـ يقع على مساويه أسـ بسبب المساواة التي بين الزاويتين
أ و ١ ومن حيث أن النقطة سـ تقع على النقطة مـ والنقطة سـ
على سـ ينطبق سـ بالكلية على سـ فاذن تكون الاضلاع
مساوية للاضلاع والزوايا الزوايا فالمثلثان يكونان متساويين

فينتج من ذلك سـ سـ = سـ سـ و سـ = سـ و سـ = سـ
(١٨) يتساوى المثلثان اذا كان في احدهما ضلع مساو لنظيره من الاخر
وكانت كلتا الزاويتين المجاورتين لكل من الضلعين مساوية لنظيرتهما

فإذا كان أ = ١ و سـ = سـ و آسـ = اسـ يكون المثلث
آسـ = المثلث اسـ كما في (شكل ٨)

برهان ذلك ان تضع آسـ على الضلع المساوي له اسـ فبسبب تساوى
الزاويتين أ و ١ يقع الضلع آسـ على استقامة اسـ وتقع النقطة
سـ في محل يكون في تلك الاستقامة وكذلك من حيث أن سـ = سـ
يقع الضلع سـ سـ على استقامة سـ سـ فاذن تنطبق النقطة سـ على
النقطة سـ فحينئذ يكون المثلثان متساويين

وينتج من هذا ان سـ سـ = سـ سـ و آسـ = اسـ و سـ سـ = سـ سـ
(١٩) كل ضلع من اضلاع المثلث اصغر من مجموع الضلعين الاخرين
وذلك ان انخط اسـ المستقيم مثلا هو اقصر بعد من النقطة ١ الى النقطة
سـ فاذن يكون اسـ اصغر من اسـ + سـ انظر (شكل ٩)
(٢٠) النقطة و المفروضة في داخل المثلث اسـ كما في (شكل ٩)
اذا اخرج منها الى طرفي الضلع اسـ مستقيمان وا و وـ كان مجموع
هذين المستقيمين اصغر من مجموع الضلعين الاخرين اسـ و سـ
وذلك انك اذا مدت او الى د وجدت في المثلث ودـ ان ودـ
> و دـ + دـ فاذا اضفت الى كل من هذين المقدارين المستقيم او

دیکھو

أو + و > أو + و + و - أو + و - أو + و - أو + و -
ووجدت أيضا في المثلث اسماء ان اء > اسماء + اسماء فاذا أضفت الى
كل من هذين المقدارين المستقيم - كان اء + و - > اسماء + اسماء -
لكن حيث ثبت فيما تقدم ان أو + و - > اء + و - يكون بالاولى
أو + و - > اسماء + اسماء -

(٢١) اذا ساوى ضلعان من احد مثلثين ضلعين من الآخر وكانت الزاوية التي بين الضلعين من احدهما اصغر من نظيرتها التي بين الضلعين من المثلث الاخر كان الضلع الثالث المقابل للزاوية الصغرى اصغر من المضلع الثالث المقابل للزاوية الكبرى

فاذا كان $ا = اَ = آ$ و $اِ = اِ = اِي$ و $اُ = اُ = اُو$ اصغر من $اَيكون$.
 سه - اصغر من $سَ = كافي$ (شكل ١٠)

وهذه الدعوى تكاد ان تكون واضحة بنفسها لانا اذا توهمنا ان الضلعين
اسم و ا - باقيا على عظمتهم الاصل في حالة كون الضلع الثالث
سم - يتزايد او يتناقص دائما وجب ان الزاوية ا المقابلة له تتزايد
او تنقص بحسبه ويمكن البرهنة على هذه الدعوى بوجه دقيق

وذلك ان تضع المثلث اسمه - على المثلث اسمه - بحيث ان -
ينطبق على آ - ويمكن ان يحدث من ذلك ثلاثة احوال وذلك لان نقطة
س اما ان تقع داخل المثلث اسمه - او على الضلع سم - او خارج
المثلث اسمه -

ففي الحالة الاولى اى اذا وقعت النقطة s داخل المثلث AsB كما في
(شكل ١٠) في نقطة تقربها s يكون $AsB + sB > AsB$
+ sB فاذا طرحنا من الطرف الاول AsB او مساويه AsB ومن

الطرف الآخر مساوية \hat{A} بقى \hat{B} أو $\hat{C} > \hat{B}$ \hat{B} \hat{C}
 وفي الحالة الثانية أي إذا وقعت النقطة \hat{B} على الضلع \hat{B} في نقطة
 تفرضها \hat{B} كافي (الشكل ١٠) يكون \hat{B} أو مساوية \hat{B}
 أصغر من \hat{B}

وفي الحالة الثالثة أي إذا وقعت النقطة \hat{B} خارجاً في نقطة تفرضها \hat{B}
 يكون $\hat{A} > \hat{B} + \hat{C}$ أو $\hat{B} > \hat{B} + \hat{C}$
 فإذا جعلنا هاتين المتباينتين كل طرف إلى نظيره وجدنا $\hat{A} + \hat{B}$ \hat{C}
 $> \hat{B} + \hat{A}$

فإذا طرحنا \hat{A} من طرف ومساوية \hat{A} من الطرف الآخر بقى
 \hat{B} أو مساوية \hat{B} وهو المطلوب
 (٢٢) إذا تساوت أضلاع مثلث أضلاع مثلث آخر كل لنظيره كان المثلثان
 متساويين

وذلك أن ثلاثة أضلاع المثلث \hat{A} مساوية لثلاثة أضلاع المثلث
 \hat{A} كل لنظيره كافي (شكل ٨) فيجب أن تكون الزاوية \hat{A} مساوية
 للزاوية \hat{A} لأن الزاوية \hat{A} لو كانت أكبر من الزاوية \hat{A} أو أصغر منها لكان
 \hat{B} أكبر من \hat{B} أو أصغر منه نظرياً (٢١) لكن هذان الضلعان
 متساويان فاذن تكون الزاوية \hat{A} مساوية للزاوية \hat{A} وبمثل هذا يبرهن على
 أن الزاوية \hat{B} مساوية \hat{B} و $\hat{C} = \hat{C}$

وينتج من هذا أن الزوايا المتساوية تكون مقابلة لأضلاع متساوية وبالعكس
 * (في بيان الخطوط الأعمدة والمائلة) *

(٢٣) من اليقنيات أنه لا يمكن أن يقام من نقطة على مستقيم الأعمود
 واحد على ذلك المستقيم انظر (شكل ٣)

فإذا فرضنا أن \hat{B} يصنع مع \hat{A} زاويتين متجاورتين متساويتين

اسد و دسد ككان المستقيم سد عمودا على المستقيم ا-
كفاي بند (١٠)

واما الخط سد وما شبهه من الخطوط التي لم تكن اعمدة على المستقيم ا-
فانها تسمى خطوطا مائلة انظر (شكل ٧)

(٢٤) اذا فرضنا نقطة خارج مستقيم ورسمنا منها عمودا وعدة مستقيمت
مائلة على هذا الخط نشأ من ذلك ثلاث حالات كفاي (شكل ١١)

الاولى ان العمود يكون اقصر من كل مستقيم مائل والثانية ان المستقيمت
المائلة البعيدة عن موقع ذلك العمود يبعد واحد تكون متساوية والثالثة ان
المستقيمين المائلين المتباينين في الطول يكون ابعدهما عن موقع ذلك العمود
هو اطولهما

وذلك انك اذا مدت ا- الذي هو عمود على دس على استقامته
واخذت مقدارا د ف = ا- ووصلت المستقيمين سد ف و دك
فان المثلث سد ف يساوي المثلث ا- سد لان في احدهما ضلعين
وزاوية بينهما يساوي كل منها نظيره من الآخر كفاي بند (١٧) لكون سد-
مشاركين المثلثين و د ف = ا- بالعمل والزاويتين المتين في نقطة د-
قائمتين بالفرض فيكون سد ف = اسد لكن من حيث ان الخط ا- د ف
مستقيم يلزم ان يكون ا ف > اسد + سد ف فيكون الخط ا-
الذي هو نصف الخط ا ف اقصر من اسد الذي هو نصف الخط ا سد ف
المنكسر فحينئذ يكون العمود ا- اقصر من كل من الخطين اسد و ا د
المائلين وهو المطلوب

ثم ليكن الآن د- = سد- فيقال ان المثلث ا- د- يساوي
المثلث اسد- انظر بند (١٧) فحينئذ يكون ا د- = اسد فاذن
الخطان المائلان البعيدان بعدا واحدا عن النقطة د- التي هي موقع
العمود ا- يكونان متساويين

والخط ا د ف المنكسر في المثلث اسد ف يكون اقصر من الخط اسد ف

المنكسر

المتكسرات نظريته (٢٠) فحينئذ يكون a الذي هو نصف الأول أقصر من a الذي هو نصف الثاني فاذن الخطان المائلان المتباينان أطولهما هو أبعدهما عن موقع العمود ولما كان العمود أقصر من كل خط مائل كان مقياسا للمسافة الحقيقية التي بين نقطة وخط مستقيم

(٢٥) ينتج مما سبق عدة نتائج

الأولى أنه لا يمكن أن ينزل من نقطة مفروضة خارج مستقيم الأعمود واحد على ذلك المستقيم

الثانية أنه لا يمكن أن يرسم من نقطة واحدة على مستقيم ثلاثة مستقيمتين متساوية

الثالثة أن كل مثلثين قائمي الزاوية إذا كان في كل منهما غير الزاوية القائمة ضلعان مساويان لنظيريهما من الآخر وكان في كل منهما غير القائمة زاوية مساوية لنظيرتها من الآخر وضع مساو لنظيريهما فالمثلثان متساويان

الرابعة إذا كان المستقيم cd عمودا على منتصف مستقيم آخر مثل ab كما في (شكل ١٢) فكل نقطة مثل o من cd تكون على بعد واحد من طرفي a

الخامسة كل نقطة مثل e موضوعة خارج عمود cd تكون متباينة البعدين عن طرفي الخط ab كما في الشكل المذكور وذلك لأن النقطة o على بعد واحد من طرفي الخط ab فيكون $ao = ob$ وحيث أن الضلع oe من المثلث oeo أصغر من $eo + ob$ ينتج أن $oe > ob$ و $oe + oa$ فاذن يكون $oe > oa$

(٢٦) إذا كان في المثلث ضلعان متساويان فالزاويتان المقابلتان لهذين الضلعين تكونان متساويتين

مثال ذلك $ao = ob$ كما في الشكل المذكور فإذا أنزلنا من النقطة o عمودا cd على ab لزم أن يكون $ac = bc$ فحينئذ يكون

المثلثان $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ متساويين لان اضلاعهما الثلاثة المتناظرة متساوية اولان في كل منهما ضلعين وزاوية بينهما يساوى كل منها نظيره من الاخر فاذن تكون الزاوية $\angle A = \angle D$ الزاوية و $\angle B = \angle E$ وكذلك اذا كانت الزاويتان $\angle A$ و $\angle D$ متساويتين فالضلعان AB و DE المقابلان لهاتين الزاويتين يكونان متساويين

(٢٧) اذا كان في المثلث ضلعان غير متساويين فالزاوية الكبرى هي التي تقابل الضلع الاكبر

مثال ذلك $\triangle ABC$ فاذا اقمنا AD كما في (شكل ١٢) عمودا على منتصف BC ورسمنا DE حداث زاويتان $\angle B$ و $\angle C$ متساويتان لكن الزاوية $\angle A$ اكبر من الزاوية $\angle D$ فاذن الزاوية $\angle A$ المقابلة للضلع BC الاكبر تكون اكبر من الزاوية $\angle D$ المقابلة للضلع DE الاصغر وعكس هذه القضية النظرية ايضا صحيح وهو ان اصغر الاضلاع هو المقابل لاصغر الزوايا وينتج من هذا انه متى كانت ثلاثة اضلاع المثلث متساوية فان زواياه الثلاثة تكون متساوية ايضا وبالعكس

• (مبحث المتوازيات وتناوبها) •

(٢٨) الخطان المتوازيان هما مستقيمان موضوعان في مستوي واحد اذا مدا لا يتلاقيان ابدا فان الخطان AB و CD المستقيمان العمودان على الخط AD كما في (شكل ١٣) متوازيان بمقتضى التعريف ومن الاصول المسلمة ان الخط المستقيم العمود على خط آخر يمكن ان يتلاقى مع كل خط مائل على ذلك الاخر فاذا مدا مثلا الخط AD المائل مدا كافيا فانه يتلاقى ضرورة مع الخط AB الذى هو عمود على الخط AD ومن حيث ان هذه القضية تكاد ان تكون واضحة بنفسها تعمرت البرهنة عليها بدليل هندسى فلهذا صار مبحث المتوازيات ناقصا غير شاف

(٢٩) اذا قطع خطان متوازيان بخط ثالث مستقيم فمجموع الزاويتين

الداخلتين

من مبادئ الهندسة

الزاوية قائمة

الداخلتين في جهة واحدة يساوي زاويتين قائمتين

وذلك ان اذا انزلنا من النقطة م التي هي منتصف المستقيم حـ شـ عمودا م ك على الخط ا ب كافي (شكل ١٤) كان هذا العمود عمودا ايضا على سـ د انظر بند (٢٨) وكان المثلثان م ك حـ و م لـ شـ القائما الزاوية في ك و ل متساويين لان الضلعين حـ م و م شـ متساويان بالعمل وكذلك الزاويتان ك م حـ و م لـ متساويتان لانهما متقابلتان برأسهما انظر بند (١٤) فاذن تكون الزاوية ك حـ م = م شـ لـ وحيث ان مجموع الزاويتين م شـ لـ و م شـ د يساوي قائمتين وان م شـ لـ يساوي م حـ لـ يكون مجموع الزاويتين م حـ لـ و م شـ د الداخلتين في جهة واحدة مساويان زاويتين قائمتين

ولاجل الاختصار نسمي الزاويتان ا حـ د و سـ د المتساويتان الكائنتان في جهة واحدة من القاطع عـ ف بالداخلية والخارجية على التقابل او بالمقابلتين بالدخول والخروج

وتسمي ك حـ م و م شـ لـ المتساويتان الكائنتان في كل من جهتي القاطع عـ ف وبين المتوازيين ا ب و سـ د بالتبادلتين بالدخول وتسمي ف حـ ك و عـ شـ لـ المتساويتان الكائنتان في جهتي الخط القاطع وخارج المتوازيين بالتبادلتين بالخروج

ويظهر من هذا الشكل ان جميع زوايا المماسة متساوية وكذلك المنفرجة

(٣٠) الخطان المستقيمان الموازيان لثالث يكونان متوازيين

مثال ذلك الخطان ا ب و حـ شـ الموازيان للخط بـ د كافي (شكل ١٣) فاذا فرضنا نقطة مثل حـ واقامنا على مستقيم بـ د عمودا حـ د كان هذا العمود عمودا ايضا على ا ب و حـ شـ فحينئذ هذان المستقيمان يكونان عمودين على خط واحد فاذن هما متوازيان انظر بند (٢٨)

(٣١) الخطان المتوازيان يكون بعد احدهما عن الآخر واحدا من كل محل فاذا رسمنا بين المتوازيين ا ب و سـ د من اي محل عمودين ا سـ د

و س د على المستقيم ا ب كافي (شكل ١٥) كان هذان العمودان متساويين وذلك لان المثلثين ا س د و س د ه متساويان لان في كل منهما زاويتين وضلعاً بينهما مساوياً كل منها لتطيره من الاخر فان س د مشترك بين المثلثين والزاويتين س د ا و س د ه المتبادلتين بالدخول متساويتان وبمثل ذلك يبرهن على التساوي بين الزاويتين ا س د و س د ه فاذن يكون ا س د = س د ه

ويؤخذ من هذا ان اجزاء المتوازيات المحصورة بين متوازيات اخرى تكون متساوية وبالعكس *

(٣٢) كل زاويتين اتجهتا الى جهة واحدة وكانت اضلاعهما المتناظرة متوازية وموضوعة على جهة واحدة فانهما يكونان متساويتين

مثال ذلك د ف الموازي ا ب و د ه الموازي ا س كافي (شكل ١٦) فاذا مددنا د ه الى نقطة مثل ه يقال من حيث ان المستقيم د ه قاطع للمتوازيين ا ب و د ف فالزاويتان د ه ف و د ه ه المتقابلتان بالدخول والخروج تكونان متساويتين وكذا يقال من حيث ان المستقيم ا ب قاطع للمتوازيين ا س و د ه فالزاويتان ا ب د و ا ب ه تكونان متساويتين فاذن تكون الزاوية ا ب د = ا ب ه

* (في الكلام على الخطوط المستقيمة المتعلقة بالدائرة وعلى قياس الزوايا) *
(٣٣) نصف قطر الدائرة كل خط مستقيم خرج من مركز الدائرة الى محيطها مثاله الخط س ا كافي (شكل ١٧)

ومن المعلوم ان الخط المستقيم لا يمكن ان يتلاقى مع محيط الدائرة في اكثر من نقطتين

والقوس جزء من المحيط مثاله ا د ب والوتر هو المستقيم الواصل من احدى نهايتي القوس الى الاخرى مثاله ا ب *

والقطر هو الوتر الذي يمر بالمركز وينتهي من طرفيه بالمحيط مثاله ا ب ه والقاطع كل خط قطع محيط الدائرة في نقطتين مثاله د ه

وقطعة الدائرة هي السطح الواقع بين القوس ووتره مثالها $ا د ا$
والقطع جزء من سطح الدائرة محصور بين القوس ونصفي القطر المنتهين بطرفي
هذا القوس مثاله $ا ب$ $ا ب$

والمماس هو المستقيم المماس للمحيط في نقطة واحدة مثاله المستقيم $ط ن$
وهذه النقطة تسمى نقطة التماس

والزاوية المحيطية زاوية حادة من وترين ورأسها في المحيط مثالها الزاوية
 $ا ب$ من (الشكل ٢٤)

(٣٤) متى تساوت الاقواس في دائرة واحدة او في دوائر متساوية تساوت
اوتارها وبالعكس

فاذا كان القوس $ا ب$ مساويا للقوس $د ه$ فان الوتر $ا ب$
 $=$ الوتر $د ه$ كافي (شكل ١٨) وذلك لان القوس $ا ب$ يمكن ان
ينطبق بالكلية على القوس $د ه$ بسبب تساويهما واتحاد انحنائيهما
فاذن النقطتان $ا$ و $ب$ تقعان على نظيرتيهما $د$ و $ه$ فيكون
بالضرورة $ا ب = د ه$

وكذلك اذا كان الوتران $ا ب$ و $د ه$ متساويين فالقوسان $ا ب$
و $د ه$ المتوتران بهما يكونان متساويين لان من المعلوم ان المثلثين
 $ا ب د$ و $د ه ه$ اضلاعهما متساوية $=$ كل نظيره فتكون الزاويتان
 $ا ب د$ و $د ه ه$ متساويتين فاذن القوسان $ا ب$ و $د ه$ يكونان
ايضا متساويين

(٣٥) اعظم الاقواس الاقل من نصف المحيط ما كان موتر ابا عظم الاوتار
وبالعكس فاذا فرض ان القوس $ا ب د$ من القوس $ا ب$ كافي
(الشكل ١٨) يقال ان في كل من المثلثين $ا ب د$ و $ا ب د$ ضلعين
مساويين لنظيريهما من الآخر لكون الخطوط $ا ب$ و $ا ب$ و $ا ب$
المستقيمة انصاف اقطار الدائرة واحدة لكن الزاوية $ا ب د$ اصغر من
الزاوية $ا ب د$ فاذن يكون $ا ب > ا د$ كافي بند (٢١)
وكذا اذا فرض ان الوتر $ا د$ من الوتر $ا ب$ فانه ينتج من نفس هذين

المثلثين ان الزاوية \angle α من الزاوية \angle β -

(٣٦) العمود المقام على طرف نصف قطر دائرة يكون خطا مماسا لمحيط هذه الدائرة

فاذا فرض ان α هو العمود على نصف القطر α كما في (شكل ١٩) يقال ان كل خط مائل مثل β - اطول من نصف القطر المذكور كما في بند (٢٤) فيقتضي ذلك تكون النقطة α خارج الدائرة فاذا ان الخط α - لا يجتمع مع المحيط الا في النقطة α فينتد يكون α خطا مماسا كما في بند (٣٣)

ومن هنا ينتج ان كل دائرتين مماسيتين من داخل او من خارج تكون نقطة تماسهما ونقطتا مركزيهما على خط مستقيم واحد كما في (شكل ٢٠)

(٣٧) اذا كان نصف القطر عمودا على وتر فانه يمر بمنتصف ذلك الوتر ويمتد قوسه وبيان ذلك ان يقال

اولا من حيث ان نصف القطر α و β - خطان مائلان متساويان يلزم ان يكونا على بعد واحد من العمود α كما في (شكل ٢١) فاذا $\alpha = \beta$ -

وثانيا من حيث ان العمود α يمر بمنتصف α فالنقطة α التي على هذا العمود تكون على بعد واحد من α و β - فاذا الوتر $\alpha = \beta$ - الوتر α فيثبت ان هذين الوترين متساويان يكون القوسان α و β - ايضا متساويين كما في بند (٣٤)

ومن هنا ينتج ان النقطة α التي هي المركز والنقطة β التي هي منتصف الوتر α والنقطة γ التي هي منتصف القوس α تكون ثلاثها واقعة على الخط المستقيم

ومنه ينتج ايضا ان القوسين α و β الواقعين بين الخطين المتوازيين يكونان متساويين انظر (شكل ١٧)

وذلك لان $\alpha = \beta$ و $\alpha = \beta$ فينتج من ذلك ان

$$\frac{r}{m} = \frac{r}{a} - \frac{r}{b} \text{ أو } \frac{r}{m} = \frac{a}{b}$$

(٣٨) اذا كانت النسبة الكائنة بين زاويتين مركبتين في دائرة واحدة او في دائرتين متساويتين عددا صحيحا تكون النسبة بين قوسيهما كالنسبة بين هذين العددين

فاذا فرض ان النسبة بين الزاويتين α و β على نسبة صحيحة كنسبة ٣ : ٥ مثلا اي فرض ان الزاوية α المقروضة مقياسا مشتركا داخله ثلاث مرات في الزاوية β وخمس مرات في الزاوية α يقال حيث ان الزوايا الجزئية متساوية تكون اقواسها المتناظرة α و β و γ و δ الخ و α و β و γ الخ متساوية ايضا فاذن ثبت ان نسبة القوس α بتمامه الى القوس β بتمامه كنسبة ٣ : ٥

وعكس هذه القضية ايضا صحيح اي اذا كانت النسبة بين القوسين α و β عددا صحيحا تكون النسبة بين الزاويتين المركبتين α و β كذلك واذا فرض ان الزاويتين α و β على غير نسبة صحيحة فالنسبة بينهما كالنسبة بين قوسيهما α و β كما في (شكل ٢٣)

فلنضع الزاوية α الصغرى على الزاوية β الكبرى بحيث تكون الزاوية $\alpha = \beta$ فبقتضى منطوق الدعوى تركيب مناسبة هكذا الزاوية α : الزاوية β :: القوس α : القوس β فلو فرضنا ان هذه المناسبة غير صحيحة وان حقها ان تكون هكذا

الزاوية α : الزاوية β :: القوس α : القوس β او ثم فرضنا تقسيم α الى اقسام متساوية كل واحد منها اصغر من β بحيث يوجد ضرورة بين α و نقطة احد التقاسيم ولكن γ ثم وصلنا

بين ع و سم حدثت متناسبة تقريرها
 الزاوية اسمـ : الزاوية اسمـ ع :: القوس اـ : القوس اـ ع
 فيسبب تساوى هذه المقدمات في هذه المناسبة وفي التي قبلها ينتج ان

نسبة الزاوية اسمـ : الزاوية اسمـ ع :: القوس او : القوس اـ ع
 لكن القوس او اكبر من اـ ع فيلزم لصحة هذه المناسبة الاخيرة ان تكون
 الزاوية اسمـ اكبر من الزاوية اسمـ ع والحال انها اصغر منها فاذن
 لا يمكن ان تكون نسبة الزاوية اسمـ للزاوية اسمـ ع كنسبة القوس
 اـ لقوس اكبر من القوس اـ او اـ

وبمثل هذا الوجه يبرهن ايضا على ان الطرف الرابع من المناسبة لا يمكن
 ان يكون اصغر من اـ فاذن هو مساو له فاذن تكون المناسبة دائما هكذا
 الزاوية اسمـ : الزاوية اسمـ ع :: القوس اـ : القوس اـ ع
 وحيث ان الزاوية التي في مركز الدائرة وقوسها الذي بين ضلعيها يزيدان
 وينقصان على نسبة واحدة فلنا ان نأخذ كلا من هذين المقدارين مقياسا
 للآخر وهذا احد الاسباب التي حلت المهندسين على اخذ القوس اـ
 مثلا مقياسا للزاوية اسمـ مع ان الاوفق طبعا قياس مقدار بمقدار آخر
 من نوعه ثم من المعلوم انه اذا كان القوس اـ ربع محيط دائرة تكون
 الزاوية قائمة

(٣٩) ينتج مما سبق ان القطعين الكائنين في دائرة واحدة او في الدوائر
 المتساوية تكون نسبتها كنسبة قوسيهما

فحينئذ الاقواس المستعملة لقياس الزوايا يمكن ان تستعمل ايضا لقياس قطوع
 الدائرة الواحدة

(٤٠) كل زاوية مرسومة في المحيط اى حادثة من وترين فان
 مقياسها هو نصف القوس الواقع بين ضلعيها فلنفرض ان احد ضلعي

الزاوية

الزاوية α - هو قطر الدائرة الذي هو α - ثم نرسم من المركز α - مستقيماً α - موازاً للخط α -

فالزاوية α - التي رأسها في المركز α - مساوية للزاوية α - لانهما متقابلتان بالدخول لكن الزاوية المركزية α - و α - مقياسها القوس α - ومن حيث ان هذا القوس α - = α - وهذا القوس α - = α - لدخولهما بين الخطين المتوازيين كافي (بند ٣٧) تكون الزاوية α - مقياسها α - = α -

واذا كان المركز α - في داخل الزاوية α - كافي (شكل ٢٥) يرسم قطر للدائرة ولنفرضه α - و α - مقياسا للزاوية α - و α - يكونان α - و α - ومن حيث ان الزاوية المطلوبة التي هي α - = α - α - يكون مقياسها α - + α - يعني α -

واذا كان المركز α - خارج الزاوية α - كافي (شكل ٢٦) يرسم قطر α - ومن المعلوم ان هذه الزاوية تساوي α - - α - فيجب ان يكون مقياسها α - - α - يعني α -

(٤١) كل زاوية حادة من وتر وخط مماس فان مقياسها يكون نصف القوس الواقع بين ضلعيها

فليرسم قطر α - ثم يقال اذا كانت الزاوية α - الحادة من الوتر α - ومن المماس α - اصغر من قائمة فان القطر α - يكون خارج هذه الزاوية وفي عكس ذلك يكون في الزاوية α - ف انظر (شكل ٢٧)

ففي الصورة الاولى α - = α - - α - ومن حيث ان الزاوية α - قائمة فربع المحيط المساوي α - هو مقياسها انظر (بند ٣٨) وحيث ان الزاوية α - مقياسها α - يكون مقياس الزاوية α - = α - - α - = α -

وفي الصورة الثانية الزاوية α - = α - + α - فاذن

الزاوية اسم ف يكون مقياسها $\frac{سم}{سم} + \frac{سم}{سم} = \frac{سم}{سم}$ يعني نصف القوس الواقع بين ضلعها

* (في الاشكال الكثيرة الاضلاع وخواصها الاصلية) *

(٤٢) السطوح المستوية المحاط كل منها بعدة خطوط مستقيمة تسمى

بذوات الاضلاع وتسمى كلا منها على حدته فنقول

اولا المسافة التي تحاط بثلاثة خطوط مستقيمة تسمى مثلثا وقد سبق الكلام

على بعض خواصه فالمثلث بالنظر لاضلاعه يسمى

متساوي الاضلاع اذا كانت اضلاعه الثلاثة متساوية

ومتساوي الساقين اذا كان فيه ضلعان متساويان فقط

ومختلف الاضلاع اذا كانت اضلاعه الثلاثة غير متساوية

وبالنظر الى زواياه يسمى منفرج الزاوية اذا كان فيه زاوية منفرجة

وحاد الزوايا اذا كانت زواياه الثلاثة حادة

وقائم الزاوية اذا كان فيه زاوية قائمة والضلع المقابل لها يسمى وتر القائمة

ومتساوي الزوايا اذا كانت زواياه الثلاثة متساوية

ثانيا المسافة المحدودة بأربعة خطوط مستقيمة تسمى بذى الاربعة اضلاع

ولتذكر انواعه فنقول

المستطيل هو ما كانت اضلاعه المتجاورة مختلفة وزواياه قائمة كما في (شكل ٣٠)

والمربع هو ما كانت اضلاعه متساوية وزواياه قائمة كما في الشكل المذكور

والمترابض الاضلاع هو ما كانت اضلاعه المتقابلة متوازية ولم تكن احدى

زواياه قائمة كما في (شكل ٢٨)

والمعين هو ما كانت اضلاعه الاربعة متساوية ومتوازية كما في (شكل ٢٩)

وشبه المنحرف هو ما كان فيه ضلعان متوازيان فقط

والمسافة التي تحاط باكثر من اربعة اضلاع تسمى كثير الاضلاع فان كان كثير

الاضلاع ذا خمسة اضلاع يسمى خمساوان كان ذا ستة يسمى مسدساوان كان

ذا سبعة يسمى مسبعا وهكذا الى العشر

وذو الإثني عشر ما كانت اضلاعه اثني عشر

وذو الخمسة عشر هو ما كانت اضلاعه خمسة عشر وهكذا

والمستقيم الواصل بين رأسى الزاويتين غير المتجاورتين في ذى الأربعة اضلاع
أو في كثير الاضلاع يسمى قطر الشكل

(٤٣) كل مثلث مستقيم الاضلاع مجموع زواياه الثلاثة يساوى زاويتين
قائمتين فاذا مد كما في (الشكل ٣١) $ا ب د$ ورسم $د ه$ موازيا للخط $ا ب$
كانت الزاويتان $ا$ و $د ه$ متساويتين لكونهما متقابلتين بالدخول
والخروج وكذلك الزاويتان $ب$ و $د ه$ فتكونان متساويتين
لكونهما متبادلتين بالدخول لكن مجموع الزوايا $د ه$ و $د ه$
و $ا ب د$ الثلاث يساوى قائمتين فاذن مجموع زوايا المثلث المستقيم
الاضلاع يساوى قائمتين

فينتج اولاً من ذلك بالبداهة ان الزاوية $د ه$ الخارجة تساوى مجموع
الزاويتين $ا$ و $ب$ الداخلتين

وثانياً انه اذا كانت احدى زوايا المثلث قائمة فكل واحدة من الباقيتين
تكون حادة ومجموعهما يساوى قائمة

(٤٤) مجموع الزوايا الداخلة في كل شكل كثير الاضلاع يساوى قوائم
بعده اضلاعه الاثني مضروباً ببقية قائمتين

فاذا وصلنا من النقطة $ا$ الى جميع رؤس الزوايا المتقابلة اقطاراً $ا ب د ه$
الخ فالتايجد بالبداهة ان كثير الاضلاع يصير منقسماً الى مثلثات عدتها كعدة
اضلاع هذا الشكل الاثني كما في (شكل ٣٢ او ٣٣) وحيث ان مجموع
سائر زوايا هذه المثلثات عبارة عن مجموع زوايا كثير الاضلاع المذكور
يكون هذا المجموع مساوياً قوائم بعده اضلاعه الاثني مضروباً ببقية قائمتين
فالخمسة الذى في (شكل ٣٢) مجموع زواياه الداخلة يساوى زاويتين قائمتين
ثلاث مرات اوست زوايا قائمة فاذا اشرنا لعدد اضلاع الشكل المطلوب
بالحرف $ع$ وللمجموع زواياه بالحرف $م$ وللقائمة بالحرف $و$ تتركب معادلة

هكذا $m = (e - 2) \times 2$ يعني ان مجموع زوايا كثير الاضلاع
الداخلية يساوى قوائم بعدد اضلاعه ناقصا اثنين مضروبا باقيه في قائمتين
(٤٥) فحينئذ تسهل البرهنة على اننا اذا مددنا من جهة واحدة اضلاع
كثير الاضلاع المحذب يعنى الذى ليس له الا زوايا محدبة كان مجموع زواياه
الخارجية يساوى دائما اربع زوايا قائمة

وذلك ان مجموع زواياه الداخلية وانما اربع يساوى قوائم بعدد اضلاعه
مضروبا في قائمتين ومجموع زواياه الداخلية يساوى قوائم بعدد اضلاعه الا
اثنين مضروبا باقيه في قائمتين فيعلم من ذلك ان فاضل هذين المجموعين وهو
مجموع الزوايا الخارجية يساوى اربع زوايا قائمة

وهذه الدعوى هي والسابقة نافعتان خصوصا في تحقيق عدم الخطا في
مساحة زوايا كثير الاضلاع المرسوم على الارض كما تراه فيما سياتى

* (الفصل الثانى) *

* (في مبحث الخطوط المتناسبة وتشابه المثلثات والكثيرة الاضلاع) *

(٤٦) الخطوط ae و af و ad المستقيمة المتوازية القائمة
لاحد اضلاع المثلث وهو am من (شكل ٤٣) الى اقسام متساوية مثل
 ab و bc و cd تقسم ايضا الضلع الآخر وهو am من هذا المثلث
الى اقسام متساوية مثل ae و ef و fd بشرط ان تكون هذه
الخطوط المتوازية موازية ايضا للضلع الثالث وهو md

واذا كانت الابعاد ab و bc و cd الخ متساوية وكانت المستقيمات
 ae و ef و fd متوازية كانت الابعاد ae و ef و fd
ايضا متساوية ولاجل بيان ذلك ترسم خطوط eg و fh و hi الخ
موازية للمستقيم am فتحدث مثلثات abg و bch و cdi الخ
المتساوية لان الخطوط eg و fh و hi الخ تكون ايضا متساوية لكونها
مساوية لنظائرها من الخطوط ae و ef و fd الخ بسبب انها خطوط متوازية
واقعة بين خطوط متوازية انظر بند (٣١) وايضا الزوايا bae و efg و

الخ متساوية لانها متقابلة بالدخول والخروج والزوايا $\angle \text{ا} = \angle \text{و}$ و $\angle \text{خ} = \angle \text{ف}$
 الخ هي ايضا متساوية لان اتفرجها متوجه الى جهة واحدة واضلاعها
 متوازية كما في بند (٣٢) فحيث ان في كل من هذه المثلثات زاويتين بينهما
 ضلع مساو ونظيره من الاخر تكون متساوية فاذن يكون $\angle \text{ا} = \angle \text{و}$ و $\angle \text{خ} = \angle \text{ف}$

فينتج من هذا انه متى كان بين خطين مثل $\text{ا} - \text{و}$ و $\text{ا} - \text{و}$ نسبة ما تكون تلك
 النسبة بعينها بين ضعفيهما المتناظرين المتساويين وهما $\text{ا} - \text{د}$ و $\text{ا} - \text{ه}$ اي
 انه يحدث

$\text{ا} - \text{د} : \text{ا} - \text{ه} :: \text{ا} - \text{د} : \text{ا} - \text{ه} :: \text{ا} - \text{د} : \text{ا} - \text{ه}$
 وحرف عين يدل على عدد صحيح

ثم اذا كان المستقيم $\text{د} - \text{ه}$ الموازي للخط $\text{ا} - \text{و}$ للمستقيم من المثلث
 $\text{ا} - \text{و} - \text{ه}$ كما في (شكل ٣٥) يقسم الضلع $\text{ا} - \text{و}$ الى قسمين متناسبين
 مثل $\text{د} - \text{و}$ و $\text{ا} - \text{د}$ فانه يقسم ايضا $\text{د} - \text{ه}$ على هذه النسبة بعينها يعني
 ان نسبة

$\text{د} - \text{و} : \text{ا} - \text{د} :: \text{د} - \text{ه} : \text{و} - \text{ه}$ او $\text{ا} - \text{و} : \text{د} - \text{و} :: \text{د} - \text{ه} : \text{و} - \text{ه}$
 لكن لو فرضنا ان الامر بخلاف ذلك بان فرضنا ان $\text{ا} - \text{و} : \text{د} - \text{و} :: \text{د} - \text{ه} : \text{و} - \text{ه}$
 : $\text{د} - \text{و} : \text{ا} - \text{د} :: \text{د} - \text{ه} : \text{و} - \text{ه}$ ثم قسمنا $\text{د} - \text{ه}$ الى اجزاء متساوية بحيث يقع بين $\text{د} - \text{و}$ و
 نقطة احدا الاقسام وتكن ع ورسمنا من النقطة ع مستقيما $\text{ع} - \text{ك}$
 موازيا $\text{ا} - \text{و}$ لحدث

$\text{ا} - \text{و} : \text{د} - \text{و} :: \text{د} - \text{ه} : \text{و} - \text{ه}$

فينتج بالضرورة من هذه التناسبة ومن السابقة متناسبة هي

$\text{د} - \text{و} : \text{ا} - \text{د} :: \text{د} - \text{ه} : \text{و} - \text{ه}$ وهي غير صحيحة لان $\text{د} - \text{و}$ اصغر من
 $\text{ا} - \text{د}$ فيلزم ان يكون $\text{د} - \text{و}$ اصغر من $\text{د} - \text{ه}$ مع انه اكبر منه
 فاذن لا يكون الحد الرابع من التناسبة المقروضة اكبر من $\text{د} - \text{و}$ وبمثل
 هذا يبرهن ايضا على انه لا يمكن ان يكون اصغر منه فيكون $\text{د} - \text{و} = \text{د} - \text{ه}$

وبهذا يثبت المطلوب

وعكس الدعوى المذكورة ايضا صحيح اى اذا كان ضلعان من مثلث مقسومين بنقط مستقيم الى اقسام متناسبة كان هذا الخط المستقيم موازيا للضلع الثالث

(٤٧) المثلثات التى زواياها المتناظرة متساوية واضلاعها المتناظرة متناسبة تسمى مثلثات متشابهة والمراد بالاضلاع المتناظرة هى التى تكون على وضع واحد فى هذه الاشكال او التى تكون مجاورة لزوايا متساوية وهذه الزوايا تسمى زوايا متناظرة

(٤٨) كل مثلثين متساويى الزوايا تكون اضلاعهما المتناظرة متناسبة فيلزم ان يكونا متشابهين

فلتأخذ على الضلعين $ا م$ و $س هـ$ من المثلث الاكبر جزئين $م هـ$ و $س د$ مساويين للضلعين $س ا$ و $س هـ$ من المثلث الاصغر كما فى (شكل ٣٦) ونصل بين النقطتين $د$ و $هـ$ بنقط مستقيم فيصير المثلث $د س هـ$ مساويا للمثلث $ا س هـ$ لان فى كل منهما ضلعين وزاوية بينهما متساوية لتطائرها من الآخر لان المثلثين $ا س هـ$ و $ا س د$ متساويا الزوايا بالفرض فينتد المستقيم $د هـ$ يكون مساويا $ا هـ$ وموازيا $ا ب$ فيكون بمقتضى القضية السابقة $ا س هـ : س هـ :: ا م هـ : س هـ$ فاذن كل مثلثين متساويى الزوايا تكون اضلاعهما المتناظرة متناسبة

(٤٩) كل مثلثين اضلاعهما المتناظرة متوازية فهما متشابهان لانهما متساويا الزوايا بموجب (٣٢)

وبمثل ما تقدم يبرهن على ان المثلثين اللذين فى $ك$ كل منهما زاوية متساوية لتطيرتهما من الآخر وكا تنة بين ضلعين مناسبين لتطيريهما منه $ي ك$ ونان متشابهين

(٥٠) كل مثلثين اضلاعهما المتناظرة متناسبة فهما متشابهان

ولنفرض

ونفرض في المثلثين $ا-س-هـ$ و $ا-آ-هـ$ كما في (شكل ٣٧) ان

$ا- : آ- :: ا-س : آ-هـ :: ا-هـ : هـ-هـ$
 فال المطلوب حيث اثبات ان $ا = آ$ و $ا-هـ = آ-هـ$ و $س = هـ$
 ول اجل ذلك يرسم مثلث $ا-آ-هـ$ متساوى الزوايا مع المثلث $ا-س-هـ$
 بحيث تكون الزاوية $ا-آ-هـ =$ للزاوية $ا-س-هـ$ والزاوية $آ-آ-هـ = ا$
 فبحسب القضية السابقة يكون $ا- : آ- :: ا-س : آ-هـ :: ا-هـ : هـ-هـ$
 : $ا-هـ$ لكن قد فرض ان $ا- : آ- :: ا-س : آ-هـ :: ا-هـ : هـ-هـ$
 : $ا-هـ$

فيكون $ا-هـ = آ-هـ$ و $ا-هـ = ا-هـ$
 فحيث يكون المثلثان $ا-آ-هـ$ و $ا-س-هـ$ متساويين لكن المثلث $ا-آ-هـ$
 متساوى الزوايا مع المثلث $ا-س-هـ$ فاذن يكون المثلثان $ا-س-هـ$ و $ا-آ-هـ$
 متساويي الزوايا ومتشابهين

وينتج مما تقدم انه لاجل معرفة ان المثلثين متشابهين يشترط ان يكون في كل
 منهما زاويتان متساويتان لنظيرتيهما من الاضلاع وتكون اضلاعهما المتناظرة
 متناسبة

(٥١) كل مثلثين اضلاع احدهما اعمدة على اضلاع الاخر كل على
 نظيره فهما متشابهان

فلتكن الاضلاع $د-هـ$ و $د-و$ و $و-هـ$ كما في (شكل ٣٨) اعمدة على
 الاضلاع $ا-س-هـ$ و $ا-آ-هـ$ و $س-هـ$ و $آ-هـ$ كل على نظيره ففي ذى الاربعة
 الاضلاع الذى هو $س-خ-هـ$ مجموع زواياه الاربعة يساوى اربع زوايا

قائمة لكن الزاويتان χ و ψ قائمتان بالفرض فاذن يكون مجموع
الزاويتين θ و ψ الباقيتين مساويا قائمتين لكن الزاويتان ψ و
 θ تساويان ايضا قائمتين فاذن الزاوية $\theta = \psi$ و θ و ψ
هذا يبرهن على ان الزاوية $\theta = \psi$ وان الزاوية $\theta = \psi$
فاذن المثلثان θ و ψ اللذان اضلاعهما المتناظرة اعمدة على
بعضها يكونان متساويين الزوايا فاذن هما متشابهان

ومن المعلوم ان الاضلاع المتناظرة هي التي تكون بعضها اعمدة على بعض
فينتج من ذلك بالبداهة ان $\theta : \psi :: \theta : \psi$ و $\theta : \psi :: \theta : \psi$
:

وهذا على فرض ان احدا المثلثين داخل في الآخر فاذا لم يكن كذلك فانه
يمكن توهم مثلث ثالث مثل المثلث θ داخل تكون اضلاعه موازية
لاضلاع المثلث θ فحينئذ البرهان السابق ينطبق ايضا على هذا
الشكل

(٥٢) كل خطين متوازيين قاطعين لخطوط مستقيمة خارجة من نقطة
واحدة فانهما ينقسمان بتلك الخطوط المستقيمة الى اجزاء متناسبة

فحيث ان المستقيمين θ و ψ متوازيين كما في (شكل ٣٩) يكون
 $\theta : \psi :: \theta : \psi$ و $\theta : \psi :: \theta : \psi$ لان θ و ψ
حيث انه مواز θ يكون المثلثان θ و ψ متساويين الزوايا
فتكون متناسبة هكذا $\theta : \psi :: \theta : \psi$

وكذا يقال في المثلثين θ و ψ اي حيث انهما متساويان الزوايا
تكون متناسبة هكذا $\theta : \psi :: \theta : \psi$

فبسبب النسبة المشتركة التي هي θ و ψ يكون $\theta : \psi :: \theta : \psi$
:

وبمثل ذلك تحصل متناسبة $\theta : \psi :: \theta : \psi$ و $\theta : \psi :: \theta : \psi$
فاذن الخط θ ينقسم في النقطتين θ و ψ بقدر ما انقسم

الخط $ز هـ$ في النقطتين $و$ و $هـ$
 فينتج من هذا انه اذا كان $ز هـ$ منقسما الى اجزاء متساوية يكون موازيه
 وهو $و هـ$ منقسما ايضا الى اجزاء متساوية
 (٥٣) كل مثلث قائم الزاوية اذا انزلنا من قائمته على وترها عمودا فانه
 يحدث من ذلك ثلاث حالات كافي (الشكل ٤٠)

الاولى ان العمود يقسم المثلث الى مثلثين متشابهين ومتشابهين له
 الثانية ان العمود يكون وسطا متناسبا بين قسبي وتر القائمة
 الثالثة ان كل ضلع من ضلعي قائمة المثلث المذكور يكون وسطا متناسبا
 بين وتر القائمة بتمامه والقسم المجاور له

مثال ذلك المثلث $ا ب هـ$ القائم الزاوية في $ا$ فالعمود $ا د$ النازل من
 النقطة $ا$ على الوتر $ب هـ$ يقسم هذا المثلث الى مثلثين آخرين متشابهين
 ومتشابهين له لان مجموع الزاويتين $و هـ =$ قائمة وكذلك الزاويتان
 $ب و هـ$ فيلزم ان $ب هـ =$ ويمثل ذلك يبرهن على ان $ب هـ =$ فاذن
 المثلثان $ا ب هـ$ و $ا د ب$ يسكونان متساويي الزوايا معا ومع المثلث
 $ا ب هـ$ فهما متشابهان فنشابه المثلثين الاولين وهما $ا ب هـ$ و $ا د ب$
 تتركب متناسبة $ب هـ : ا د :: ا د : ب هـ$ يعني ان العمود $ا د$ هو
 وسط متناسب بين قسبي وتر القائمة وهما $ب هـ$ و $ا د$

ومن تشابه المثلثين $ا ب هـ$ و $ا ب د$ تتركب متناسبة
 $ب هـ : ا ب :: ا ب : ب هـ$ (١)

ومن تشابه المثلثين $ا ب هـ$ و $ا د ب$ تتركب متناسبة
 $ب هـ : ا د :: ا د : ب هـ$ (٢)

فاذن كل من ضلعي الزاوية القائمة من المثلث القائم الزاوية وسط متناسب بين
 الوتر بتمامه والقسم المجاور له

فنتج من التناسبتين (١) و (٢) ان $\frac{ب هـ}{ا د} = \frac{ا د}{ب هـ} \times ب هـ$
 و $\frac{ب هـ}{ا د} = \frac{ا د}{ب هـ} \times ب هـ$

فإذا جمعنا هاتين المعادلتين كل طرف لنظيره نحصل

$$\overline{اـ} + \overline{اـ} = \overline{سـ} = (\overline{سـ} + \overline{سـ})$$

لكن $\overline{سـ} + \overline{سـ} = \overline{سـ}$ فاذن $\overline{اـ} + \overline{اـ} = \overline{سـ}$ يعني ان مجموع مربعي ضلعي الزاوية القائمة مساو لمربع وتر القائمة وسيأتى قريبا ذكر هذه القضية المهمة بطريقة أخرى غير متعلقة بتشابه المثلثات
* (خواص الدائرة) *

(٥٤) اجزاء الوترين المتقاطعين في دائرة تكون متناسبة على التعاكس

وبيانه ان المثلثين $اـد$ و $سـد$ من (شكل ٤١) متشابهان لكونهما متساويي الزوايا وذلك ان الزاويتين الكائتتين في $د$ متساويتان لكونهما متقابلتين برأسيهما والزاويتين $ا$ و $سـ$ متساويتان ايضا لان مقياس كل منهما نصف القوس $سـد$ فينبغي ان الاضلاع المناظرة من هذين المثلثين تفيد أن $اـ : سـ :: د : د$ فاذن جزء $اـ$ احد الوترين يحدد ثانيا طرفي المناسبة وجزء $اـ$ الوتر الاخر يحدد ثانيا الوسطين واذا كان احد الوترين مثل $اـ$ قطرا والوتر الاخر مثل $سـد$ عمودا عليه كافي (شكل ٤٢) فانه يكون بالضرورة $سـد = د$

فاذن المناسبة السابقة نصير هكذا $اـ : سـ :: د : د$ ومنه ينتج ان $\overline{اـ} = \overline{اـ} \times \overline{د}$

وينتج من هذا ان كل عمود على القطر وسط متناسب بين الجزئين اللذين يحدثهما العمود على القطر وهذه الخاصية تنشأ بلا واسطة من خاصية المثلث $اـسـد$ القائم الزاوية (انظر النمرة السابقة) وهذا المثلث يفيد ايضا ان الوتر $اـسـ$ وسط متناسب بين القطر $اـد$ والجزء $اـ$ المجاور له

(٥٥) اذا رسم من نقطة مفروضة خارج الدائرة خطان قاطعان لها ومنتهيان الى الجزء المقعر من المحيط كان هذان القاطعان يتماهما متناسبين مع جزئيهما الخارجين على التعاكس

وذلك ان المثلثين $اـد$ و $سـد$ من (شكل ٤٣) فيهما زاوية

مشتركة

مشاركة هي α والزاوية $\alpha = \beta$ كما في (بند ٤٠) فاذن هذان
 المثلثان متشابهان كما في (بند ٤٨) واضلاعهما المتناظرة تصيد هذه التناسبة
 $\alpha : \beta :: \gamma : \delta$

فاذن احد الخطين القاطعين التاميز وجزؤه الخارج عن الدائرة يكونان طرفين
 للتناسبة والقاطع الآخر وجزؤه الخارج يكونان وسطين لها
 (٥٦) كل خط مماس للدائرة فهو وسط متناسب بين القاطع وجزئه
 الخارج

وذلك لان المثلثين α و β من (شكل ٤٤) متشابهان لان
 فيهما زاوية مشتركة هي α والزاوية β المرسومة في المحيط والزاوية
 γ الحادثة من المماس والوتر مقياس كل منهما نصف القوس α انظر
 بند (٤٠) و (٤١)

فاذن $\alpha : \beta :: \gamma : \delta$ ومنها ينتج ان $\alpha = \beta$
 $\times \delta$

في خواص الاشكال الكثيرة الاضلاع المنتظمة المرسومة في داخل الدائرة
 وخارجها والنسبة التقريبية التي بين القطر والمحيط

(٥٧) الشكلان الكثير الاضلاع يكونان متشابهين اذا كانت زواياهما
 المتناظرة متساوية واضلاعهما المتناظرة متناسبة

(٥٨) كل شكلين كثيري الاضلاع منتظمين ومتحدين في عدد الاضلاع
 فهما متشابهان

مثال ذلك المستطمان α و β و γ و δ في المتظمان
 كما في (شكل ٤٥) فحيث ان مجموع زوايا احدهما مساو لمجموع زوايا الاخر
 وزوايا كل منهما مساوية لثمان زوايا قائمة بمقتضى بند (٤٤) تكون الزاوية
 α هي سدس هذا المجموع وكذلك الزاوية β فاذن $\alpha = \beta$
 $= \gamma$ ومثل ذلك يقال في باقي زوايا كثير الاضلاع فاذن هذان

ويظهر من ذلك ان جميع الاعمدة مثل وشه النازلة من النقطة و التي هي مركز كثير الاضلاع على اضلاعه تكون متساوية فاذا جعلت النقطة و مركزا وبعد نصف قطر مثل وشه رسمنا محيطا فان هذا المحيط يمر بجميع اضلاع كثير الاضلاع في منتصف كل منها ويكون كثير الاضلاع مرسوما على ذلك المحيط

ونصف قطر الدائرة المرسومة في داخل كثير الاضلاع يسمى نصف قطر الشكل

وينتج من ذلك ان نسبة محيط كثير الاضلاع المنتظمين المتحددين في عدد الاضلاع كنسبة نصف قطر الدائرتين المرسومتين فيهما او عليهما لان نسبة احد هذين المحيطين الى الآخر كنسبة ضلعيهما المتناظرين وهما ا- و آ- و هذان الضلعان مناسبان لنصف القطر و- و و- أو وشه و وشه (٦٠) كل شكلين كثيري الاضلاع متشابهين مركبان من مثلثات متحدة العدد ومتشابهة على التناظر وكأنة على وضع واحد .

فكثيرا الاضلاع ا- ب- ج- و آ- ب- ج- الخ المتشابهان كما في (شكل ٤٦) مركبان ضرورة من عدة واحدة من المثلثات التي على وضع واحد وذلك ان المثلث ت مشابه للمثلث ت لان في كل منهما زاوية مساوية لزاوية من الآخر وكأنة بين ضلعين مناسبين لتطيريهما منه فحينئذ الزاوية ب- ا = ب- آ

فاذن يكون ا- ب- : آ- ب- :: ب- ب- : ب- ب-
ومن تشابه الشكلين ينتج

ا- ب- : آ- ب- :: ب- ب- : ب- ب-
فاذن ب- ب- : آ- ب- :: ب- ب- : ب- ب-

فيكون المثلث ج- مشابه للمثلث ج- بمقتضى بند (٤٩) وبمثل ذلك يبرهن

على ان المثلثين و و يكونان متشابهين وهلم جرا

(٦١) ضلع المسدس المنتظم المرسوم في دائرة يساوي نصف قطرها وذلك لان الزاوية ا و - المركزية من (شكل ٤٥) هي سدس اربع زوايا قائمة او ثلثا زاوية قائمة فاذن الزاويتان و - ا و الاخرتان المتساويتان من هذا المثلث يساويان ٢ - $\frac{1}{3}$ او $\frac{2}{3}$ فكل واحدة $\frac{2}{3}$ قائمة فاذن المثلث ا و - يكون متساوي الاضلاع فاذن ضلع المسدس المرسوم في الدائرة يساوي نصف قطر تلك الدائرة

(٦٢) ضلع المعشر المنتظم يساوي الجزء الاكبر من نصف قطر الدائرة المرسومة عليه المنقسم الى متناسبة ذات وسط وطرفين ويقال ان الخط منقسم الى متناسبة ذات وسط وطرفين اذا كان جزؤه الاكبر وسطا متناسبا بين الجزء الاخر والا صغروا الخط بقامه

اذا ثبت ذلك فليكن ا - م من (شكل ٤٧) ضلع المعشر المنتظم فحينئذ الزاوية و هي عشر اربع زوايا قائمة او $\frac{2}{5}$ زاوية قائمة فبقتضي بند (٤٣) يكون مقدار الزاويتين ا و و - الاخرين المتساويتين ٢ - $\frac{2}{5}$ زاوية قائمة اي $\frac{8}{5}$ فيكون مقدار كل واحدة $\frac{4}{5}$

فاذا قسمنا الزاوية و - الى قسمين متساويين بمستقيم م - م فان المثلث م و - يكون بالبداهة مشابها للمثلث ا و - لان الزاوية ا مشتركة بينهما والزاوية ا - م $= \frac{2}{5}$ زاوية قائمة $=$ و وايضا المثلث م و - يكون متساوي الساقين فحينئذ يكون ا - م $=$ م $=$ م و لكن تشابه المثلثين ا - و و ا - م يفيدان ا و : ا - :: ا - : ا م او ا و : م و :: م و : ا م فاذن نصف القطر او منقسم في النقطة م الى متناسبة ذات وسط وطرفين فيكون الضلع ا - م من المعشر المنتظم مساويا م و يعني اكبر الجزئين

(٦٣) كل خط منحن او منكسر يحيط بخط محدب من طرفيه فهو اطول من الخط المحاط

والمراد بالخط المحدث كل خط ينقطع بمستقيم الا في نقطتين

وليكن الخط $ام$ - من (شكل ٤٨) هو الخط المحدث فانه لو لم يكن اصغر من جميع الخطوط المحيطة به للزم عليه وجود خط من هذه الخطوط اصغر من جميع الخطوط الاخرى فيكون اصغر من الخط $ام$ - او نهاية ما هناك يكون مساويا له وليكن الخط $امد$ - هو الخط المحيط فنصل بين هذين الخطين مستقيما $ف$ لا يمكن ان يتلاقى مع $ام$ - ويمكن ان يمسه فقط فنحيث ان هذا الخط المستقيم اقصر من $ف$ - $د$ فينتج ان الخط الحادث المحيط وهو $اف$ - اصغر من الاول وهو $امد$ - لكن هذا الاخير يلزم بالقرائن ان يكون اصغر من الكل فاذن هذا القرض باطل فاذن جميع الخطوط المحيطة تكون اطول من $ام$ -

وينتج من ذلك اولا انه يمكن وجود خط محيط يخالف الخط المحاط قليلا ما يمكن وثانيا انه يمكن ان يرسم على الدائرة مضلع منتظم يكون الفضل بين محيطه ومحيط الدائرة وسطحه ووسطح الدائرة اصغر من اى مقدار كان فالدائرة هي اذن نهاية كل مضلع كان مرسوما فيها او عليها

(٦٤) النسب التي بين محيطات الدوائر كالنسب التي بين اقطارها

ولذلك برهانان الاول ان يقال اذا اشرفنا بالحرفين $ط$ و $ك$ لمحيطي المضلعين المتشابهين المرسومين بالنظر على الدائرتين اللتين نصفاهما $ر$ و $ر$ فبواسطة ما تقدم يكون $\frac{ط}{ك} = \frac{ر}{ر}$ فاذن ههنا ان عدة اضلاع هذين المضلعين كثيرة بحيث يكون الفاضل بين محيط كل منهما ومحيط الدائرة المرسوم عليها كل منهما اصغر من كل مقدار محدود امكن ان فاضل النسبة $\frac{ر}{ر}$ يعنى محيطي الدائرتين عن النسبة $\frac{ط}{ك}$ يعنى محيطي المضلعين يمكن ان ينتهى الى

اصغرها يمكن وحيث ان هذا الفاضل هو ايضا فاضل النسبتين $\frac{ر}{ر}$ و $\frac{ك}{ر}$

غير المتغيرتين لان $\frac{ط}{ك} = \frac{س}{ر}$ ينتج ان فاضل النسبتين الاخيرتين اقل
من كل مقدار محدود فاذن هاتان النسبتان تكونان متساويتين فاذن

$$\frac{س}{ر} = \frac{ك}{ط} \text{ او } س : ط :: ر : ك$$

البرهان الثاني وهو طريقة ثانية في اثبات هذه الدعوى
اذا افهمنا في مضلعين متشابهين مرسومين على دائرتين ان عددا ضلعهما
الا غير متناهية بمعنى انها اكبر من كل مقدار مفروض كان هذان
الشكلان مختلفين اختلافا يسيرا عن محيطي الدائرتين المذكورتين ويمكن
ان يقال على سبيل التساهل انهما متحدان مع محيطي الدائرتين فاذن يمكن
اخذ محيطي هذين المضلعين بدل محيطي الدائرتين المذكورتين لكن بمقتضى
دعوى بند (٥٩) تكون النسبة بين محيطي المضلعين كالتسبة بين نصفي
قطري الدائرتين المرسومين عليهما وبهذا يثبت المطلوب

وينتج مما ذكر ان نسبة المحيط الى القطر متحدة في جميع الدوائر فاذا اشرنا
بالحرف ب لهذه النسبة او لمحيط دائرة قطرها يساوى ١ تركبت متناسبة
نظمها هكذا

$$١ : ب :: ٢ : س \text{ او } س = ٢ ب \text{ و } س = \frac{٢}{٣} ب$$

فبواسطة هاتين المعادلتين يستخرج محيط الدائرة المشار له بالحرف س حين
يعلم نصف قطرها المشار له بالحرف ر وكذا يستخرج نصف قطرها
مق علم محيطها .

ثم على مذهب ارشميدس ان النسبة هي $\frac{٢٢}{٧} = \frac{س}{ب}$ تقريبا يعنى انه اذا
كان قطر الدائرة ٧ يكون محيطها بالتقريب ٢٢ وذلك ان هذا المهندس
للتوصل الى استخراج هذه النسبة التقريبية رسم في الدائرة وعليها
مضلعا منتظما ذا ستة وتسعين ضلعا مبتدئا بالمشدس الذى ضلعه يساوى
نصف قطر الدائرة المرسومة عليه فوجد ان محيط هذه الدائرة $(\frac{١}{٧} \cdot ٣)$
و $(\frac{١}{٧١} \cdot ٣)$ فاذا نسبة ١ : $\frac{١}{٧} \cdot ٣$ او ٧ : ٢٢ ثم بعد ذلك

وجدوا

وجدوا نسباً اقرب من هذه فتم ان نسبة متبوس فانه لما حسبها بالاعشارى
خرجت النسبة $\frac{300}{114} = 2,6315789$ وهذا الخارج تحديدي الى
الرقم السادس من الاعشارى وفي الحساب الذى لا يحتاج الى غاية التدقيق
لا يستعمل الا هذه النسبة الاخيرة التى ترجع الى هذه $2,6315789 = 2,6315789$

(٦٥) استخراج النسبة التقريبية التى بين القطر والمحيط يتوقف على
معرفة حل قضيتين علميتين

الاولى اذا علم وتر قوس امكن استخراج وتر نصفه
الثانية اذا علم محيط مضلع منتظم مرسوم فى دائرة معلومة امكن استخراج
محيط مضلع آخر مشابه له مرسوم على محيط الدائرة
وبيان ذلك مذكور فى كتب الجبر

؛ (الفصل الثالث) *

* (فى سطح كثير الاضلاع و سطح الدائرة) *

(٦٦) المراد بالسطح هنا سطح الشكل بالنظر لمقداره
والشكلان المختلفان فى الصورة المتساويان فى السطح يقال لهما متكافئان
والشكلان المتشابهان اللذان يمكن انطباقهما على بعضهما يقال لهما
متساويان

ومساحة السطح هى عبارة عن عدة اشتماله على سطح آخر معتبر وحدة مقياس
وهذه الوحدة هى المربع

وارتفاع المثلث هو العمود النازل من رأس احدى زواياه على الضلع
المقابل لها المسمى قاعدة ورأس الزاوية المقابلة للقاعدة تسمى رأس المثلث
كافى (الشكل ٥٠)

وارتفاع متوازى الاضلاع هو العمود الذى تقاس به المسافة التى بين ضلعيه
المتقابلين المسميين قاعدتين كافى (الشكل ٥١)

وارتفاع شبه المنحرف هو العمود الواقع بين قاعدتيه او ضلعيه المتوازيين
كافى (الشكل ٥٢)

(٦٧) كل شكلين متوازي الاضلاع متحدى القاعدة والارتفاع متكافئان

فليكن لتوازي الاضلاع $ا ب د هـ$ و $ا ب ح د$ من (شكل ٥٣) قاعدة واحدة هي $ا ب$ وارتفاع واحد هو $د ح$ ومعلوم انه بخاصية هذين الشكلين يكون الضلعان $ا د$ و $ب هـ$ متساويين وكذلك الضلعان $ب د$ و $ا ح$ كما في بند (٣١) ومعلوم ايضا اننا اذا طرحنا من الخطين $د هـ$ و $د ب$ المتساويين الجزء $د ب$ المشترك كان الباقيان $ب هـ$ و $ا د$ متساويين فحينئذ المثلثان $ا د ب$ و $ب هـ د$ اضلاعهما متساوية على التناظر فيلزم ان يكونا متساويين

فاذا طرحنا من ذي الاربعة اضلاع $ا ب د هـ$ المثلث $ب هـ د$ ثم المثلث $ا د ب$ المتساويين كان الباقيان $ا ب هـ د$ و $ا ب د هـ$ متكافئين وبهذا ثبت المطلوب

ومن هنا ينتج ان كل متوازي اضلاع يكون مكافئا للمستطيل مثله في القاعدة والارتفاع

(٦٨) كل مثلث فهو نصف متوازي الاضلاع اذا كانت قاعدتهما واحدة وارتفاعهما كذلك

وذلك ان المثلثين $ا ب د$ و $ا ب هـ$ من (شكل ٥٤) متساويان لكون اضلاعهما الثلاثة متساوية على التناظر فاذا ن يمكن ان يقال اولا ان المثلث هو نصف قائم الزوايا المتحد معهما في القاعدة والارتفاع وثانيا ان جميع المثلثات المتساوية في القواعد والارتفاعات متكافئة

(٦٩) كل مستطيلين متحدين في الارتفاع فان نسبتهم كما كنسبة قاعدتيهما وبالعكس

فليكن المستطيلان $ا ب د هـ$ و $ا ب ح د$ كما في (شكل ٥٥) وارتفاعهما $ا ب$ فاذا فرضنا ان الخط $م$ مثلا هو وحدة مقياس خطي وداخل $هـ$ مرات في القاعدة $ا ب$ و ٣ مرات في القاعدة $ا ب$ واقنا

من كل نقطة من نقط التقاسيم التي هي غ و ضه الخ وط و اعمدة غ غ
 و ضه ضه الخ و ط ط و و و كانت المستطيلات ا غ و غ ضه الخ
 و ط و ط و متساوية وكان كل من المستطيلين ا د و ط و
 مشتملا على مستطيلات جزئية عدتها بقدر ما تشتمل قاعدته التي هي ا د
 أو ط على خط م فحيث ان هاتين القاعدتين على نسبة مشتركة وهي
 ٥ : ٣ يكون المستطيلان ا د و ط و على هذه النسبة بعينها ومن
 المعلوم انه يقال مثل ذلك في كل نسبة من هذا النوع وهذه القضية تكون
 ايضا صحيحة فيما اذا كانت قاعدة المستطيلات على نسبة غير مشتركة والبرهنة
 عليها تكون باستعمال طريقين (٣٨) و (٤٦) يعني بترجيعة الى قياس
 الخلف فاذا كان يكون دائما ا د م : ط و : غ و ط و : ا د : ط و
 ولما عكس هذه القضية وهو ان المستطيلين المتحددين في القاعدة تكون نسبتها
 كنسبة ارتفاعيهما فبرهانه يكون باعتبار ط و و ا د قاعدتي
 المستطيلين و ط و ا د ارتفاعيهما
 (٧٠) كل مستطيلين فان نسبتها كنسبة حاصل ضرب قاعدتيهما
 في ارتفاعيهما

فلنفرض ان قاعدتي المستطيلين ا د م و ط و كفاي (شكل ٥٢)
 متصلتان اي انهما على مستقيم واحد وهو ا د و نتم رسم المستطيل
 ا د م و الاكبر والمستطيلان ا د م و ط و من حيث ان ارتفاعيهما
 واحد وهو ا د تكون نسبتها كنسبة قاعدتيهما وكذلك المستطيلان
 ط و و م و من حيث ان قاعدتهما واحدة تكون نسبتها كنسبة
 ارتفاعيهما فحيث صار معنا من جهة

ا د م : ط و : م و :: ا د : م و ومن جهة اخرى

ط و : م و : م و :: ط و : م و

فاذا ضربنا حدود هاتين المتناسبتين في بعضها على الترتيب وحذفنا المكرر

المشترك تحصل معنا

ا ب س د : د ف ه :: ا ب خ س ه : د ه خ س د
وهذا هو البرهان على القضية المذكورة

فاذا كان الشكل المستطيل د ه ف ه مربعا اخذنا بالعادة الضلع د ه
وحدة للمقياس الخطي فاذن تصير المناسبة السابقة هكذا

$$ا ب س د : د ه ف ه :: ا ب خ س د : ا$$

فحينئذ اذا قسمنا الخطين ا ب و د ه بالوحدة د ه كان الحاصل وهو
ا ب خ س د د ا لى عدة مرات دخول وحدة السطح اى مربع
د ه ف ه فى المستطيل ا ب س د ولجل الاختصار يقال ان سطح
المستطيل يساوى حاصل ضرب قاعدته فى ارتفاعه

ولجل تحقيق ذلك نفرض ان ا ب = ٥ امتار وان د ه = ٣
امتار فسطح المستطيل ا ب س د تكون نسبته للمربع د ه ف ه كنسبة
٣ × ٥ الى ١ واسهل ما يقال فى ذلك ان سطح هذا المستطيل يكون
١٥ مترا مربعا كفى (شكل ٥٧)

وعجزة النظر فى الشكل يظهر بالبداهة انه متى كانت قاعدة المستطيل
وارتفاعه مشتركين كانت مساحة هذا المستطيل هى حاصل ضرب قاعدته
فى ارتفاعه

وننتج مما تقدم ان سطح المربع يساوى مربع ضلعه

(٧١) سطح ككل متوازى الاضلاع يساوى حاصل ضرب قاعدته
فى ارتفاعه

وذلك ان متوازى الاضلاع ا ب س د مكافئ للمستطيل ا ب ف د
المحدد معه فى القاعدة ا ب وفى الارتفاع ا ب كفى (شكل ٥٨)

فحينئذ يكون ا ب خ ا ب مساحة سطح متوازى الاضلاع ا ب س د
(٧٢) سطح كل مثلث يساوى حاصل ضرب قاعدته فى نصف ارتفاعه

وذلك ان المثلث ا ب س هونصف متوازى الاضلاع ا ب س د المحدد

معها في القاعدة $ا$ وفي الارتفاع $د$ كما في (شكل ٥٤) فاذن يكون

$ا - \frac{د}{٢}$ عبارة عن سطح المثلث $ا - د$

(٧٣) سطح شبه المنحرف يساوي ارتفاعه مضروباً في نصف مجموع قاعدتيه المتوازيين

وذلك لان شبه المنحرف $ا - د$ من (شكل ٥٩) مركب من المثلثين

$ا - د$ و $ا - د$ ومساحة الاول $\frac{ا - د}{٢} \times د$ ومساحة الثاني

$\frac{د - ا}{٢} \times د$ فيكون سطح شبه المنحرف $ا - د = \frac{ا + د}{٢} \times د$

$\times د$

فاذا رسمنا من النقطة $د$ التي هي منتصف القطر $ا - د$ خطاً $ع ك$

موازياً لقاعدتي شبه المنحرف وهما $ا - د$ و $د - ظ$ هان $د ك =$

$\frac{ا - د}{٢} + د$ و $ع د = \frac{د - ا}{٢}$ كما في (بند ٤٨) فاذن $ع ك = \frac{ا + د}{٢}$

فحينئذ يكون سطح شبه المنحرف مساوياً لـ $\frac{ا + د}{٢} \times د$ وهو منتصف بين

الضلعين غير المتوازيين مضروباً في ارتفاع ذلك شبه المنحرف

(٧٤) سطح كثير الاضلاع المنتظم يساوي نصف حاصل ضرب محيطه

في نصف قطره

وذلك لان المثلثات $ا - د$ و $د - و$ الخ من (شكل ٤٥) حيث انها

متساوية فسطح كثير الاضلاع المنتظم وهو $ا - د$ الخ يساوي سطح

المثلث $ا - د$ مضروباً في عدة اضلاع كثير الاضلاع المذكور ومن

حيث ان سطح المثلث $ا - د = ا - د \times \frac{د}{٢}$ يكون سطح كثير

الاضلاع $= ا - د \times \frac{د}{٢}$ لكن $ا - د$ هو محيط كثير الاضلاع

و $\frac{د}{٢}$ هو نصف قطره او ربع قطر الدائرة المرسومة فيه فيثبت المطلوب

وعلى كل حال فسطح كل شكل كثير الاضلاع مرسوم على دائرة يساوي

حاصل ضرب محيطه في ربع قطرها

(٧٥) سطح الدائرة يساوي حاصل ضرب محيطها في ربع قطرها وذلك

برهانان

الأول مبنى على مقدمة يقينية هي أن كل مقدارين غير متغيرين مثل a و b -
إذا كان هناك مقدار متغير x أكبر من كل منهما مثل x واشتد قربه من
أصغرها يكونان متساويين

بيانه أولا ان يفرض $a < b$ - ثم ترتب المقادير الثلاث بحسب عظمها
هكذا - $a > b$ و $a > x$ فإذا اخذنا المتغير وهو x وفرضنا ان
 x - - أصغر من كل مقدار مفروض مثل x كما هو ممكن فالفاضل
 a - - يكون من باب أولى $a > b$ -

وثانيا ان يفرض عكس ذلك أي $a > b$ - ثم ترتب هذه المقادير على حسب
عظمها هكذا $a > b$ و $a > x$ فإذا اخذنا x على وجه
ان x - a يكون أصغر من x أيضا فن باب أولى - a -
يكون أصغر من x ومن حيث ان الفاضل بين a و b - أصغر من
كل مقدار مفروض مثل x فأيا ما بلغ هذا المقدار في الصغير ينتج انه
كالعدم وان $a = b$ -

ثم نقول الآن من حيث انه بمقتضى الدعوى النظرية التي في بند (٦٣) يمكن
توهم مضلع منتظم بل وغير منتظم مرسوم على دائرة نصف قطرها r بحيث
يكون r وهو محيط المضلع مختلفا أيضا قليلا ما أمكن عن r وهو
محيط الدائرة فزيادة حاصل $r \times \frac{1}{r}$ على الحاصل غير المتغير وهو
 $r \times \frac{1}{r}$ يمكن ان تكون اقل من كل مقدار مفروض وايضا سطح هذا
المضلع بعينه الذي هو دائما أكبر من سطح الدائرة يمكن ان يقرب من سطح
الدائرة ما أمكن فالخواصل $\frac{1}{r}$ ط r و $\frac{1}{r}$ r و سطح الدائرة تكون
ثلاثتها مرتبة كترتيب مقدار x المتغير ومقدار a و b - فيكون
حاصل $\frac{1}{r}$ r هو المساحة الحقيقية لسطح الدائرة

البرهان الثاني مبنى على طريقة اللاتماهي وذلك ان توهم مضلعا منتظما
ذا اضلاع غير متناهية مرسوما على دائرة فان محيط ذلك المضلع يختلف عن
محيط الدائرة اختلافا قليلا لانها با فاذن يمكن اقامة هذا المضلع مقام

الدائرة فموجب بند (٧٤) يكون سطح الدائرة مساويا محيطها مضروبا في ربع قطرها

فاذا اشبرنا بالحرف ب محيط الدائرة التي قطرها يساوي واحدا وبالْحرف س لنصف قطر دائرة اخرى وبالْحرف م محيطها فيقتضى بند (٢٤) يكون م = ٢ ب س و سطح الدائرة = $\frac{1}{4}$ م س فحينئذ يكون

$\frac{1}{4}$ م س = ب س يعني ان سطح الدائرة يساوي ايضا حاصل مربع نصف قطرها مضروبا في النسبة

(٧٦) سطح قطع الدائرة يساوي حاصل ضرب قوسه في ربع قطره وذلك ان نسبة القطع اسم م من (شكل ١٨) الى الدائرة بتمامها كنسبة القوس ام س الى المحيط بتمامه او كنسبة القوس ا ب $\times \frac{1}{4}$ اسم الى محيط اسم $\times \frac{1}{4}$ اسم لكن سطح الدائرة = اسم $\times \frac{1}{4}$ اسم (بمقتضى النمرة السابقة) فاذن سطح القطع اسم م = القوس ا ب $\times \frac{1}{4}$ اسم واما سطح القطعة ام س فيظهر انه مساو لسطح القطع اسم م ناقصا سطح المثلث اسم س

* (الفصل الرابع) *

* (في مقابلة سطوح الاشكال المتشابهة) *

(٧٧) المربع المرسوم على وتر القائمة من المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع المربعين المرسومين على الضلعين الاخرين وهذه الدعوى قد برهن عليها في (بند ٥٣) ولنبرهن عليها هنا بوجه سهل فنقول

ليكن المثلث اسم م من (شكل ٦٠) قائم الزاوية في ا وليكن مرسوما على كل ضلع من اضلاعه مربع فاذا انزلنا من النقطة ا على ف عمودا ا ه ووصلنا المستقيمين ا ف و ا ه كان المثلثان اسم م و اسم ل متساويين لان في كل منهما زاوية مساوية لتظيرتها من الاخر وكاثة بين ضلعين متساويين لتظيرهما منه وذلك لان الزاوية ل اسم م =

للاوية اسم ف والضلح اسم د = للضلح اسم ا والضلح اسم ر
 = ثم ف لسكن المثلث لسمه هونصف مربع اسمك لانهما
 متحدان في القاعدة والارتفاع وبمثل ذلك يبرهن على ان المثلث اسم ف
 نصف المستطيل سم د ف فاذن يكون المربع ال مكافئاً للمستطيل
 سم د ويبرهن بمثل ذلك على ان المربع اسم مكافئاً للمستطيل سم د
 فيكون المربع سم د مساوياً للمربع اسم + المربع ال يعني ان

$$\text{سم د} = \text{اسم} + \text{ال} \text{ اسم}$$

وينتج من ذلك ان مربع احد ضلعي الزاوية القائمة يساوي مربع وترها ناقصاً
 مربع الضلع الآخر يعني ان

$\text{اسم} = \text{سم د} - \text{اسم}$ وهذه الصيغة ناتجة من كون سطح المربع
 يساوي مربع قاعدته بمقتضى (٧٠) فينتد يسكون المربع المرسوم
 على قطراى مربع ضعف المربع المرسوم على ضلعه او يقال ان نسبة قطر
 المربع الى ضلعه :: ٢ : ١ فاذن قطر المربع وضلعه على نسبة
 غير مشتركة

واما غير ذلك من خواص المثلث القائم الزاوية فقد سبق توضيحه

(٧٨) مربع الضلع المقابل للزاوية الحادة من كل مثلث يساوي مجموع
 مربعي الضلعين الآخرين ناقصاً ضعف حاصل ضرب الضلع الذى يقع عليه
 العمود في القسم المجاور لتلك الزاوية

وذلك ان المثلثين اسم د و دسمه من (شكل ٦١) من حيث انهما
 قائما الزاوية يقيدان هاتين المعادلتين

$$\text{اسم} = \text{اسم} + \text{اسم د} \quad \text{و} \quad \text{سم د} = \text{سم د} - \text{سم د}$$

فاذا وضعنا مقدار اسم د الاخير في مقدار اسم الاول صار هكذا

$$\text{اسم} = \text{اسم} + \text{اسم د} - \text{سم د}$$

لكن

لكن (في شكل ٦١) الجزء $ا د = ا ب - ب د$ وفي (شكل ٦٢) الجزء $ا د = ب د - ا ب$ فاذن يكون في الصورتين

$$ا د^2 = ا ب^2 - ب د^2 \text{ أو } ا د^2 = ب د^2 - ا ب^2$$

ثم يغير في هذه الصيغة المقدار $ا ب$ الثاني بهذا المقدار وهو

$$ا ب^2 = ا ب^2 - ب د^2 + ب د^2$$

وهذا ما اردنا بيانه

(٧٩) مربع الضلع المقابل للزاوية المنفرجة في كل مثلث منفرج الزاوية

يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين زائدا ضعف حاصل ضرب القاعدة

في الجزء المجاور لتلك الزاوية كما في (شكل ٦٢)

وبرهان ذلك كما تقدم في الدعوى السابقة ان يقال

$$ب د^2 = ا ب^2 + ا د^2 - ا ب^2 \text{ و } ب د^2 = ا ب^2 - ا د^2$$

$$\text{فنتج من ذلك ان } ب د^2 = ا ب^2 + ا د^2 - ا ب^2$$

$$\text{لكن } ب د = ا ب + ا د \text{ أو } ب د^2 = ا ب^2 + ا د^2 + ٢ ا ب ا د$$

$$\text{فاذن يكون } ب د^2 = ا ب^2 + ا د^2 + ٢ ا ب ا د \text{ وهو المطلوب}$$

(٨٠) كل مثلث ممد من راسه الى منتصف قاعدته خط مستقيم كان ضعف

مجموع مربع هذا الخط وضعف مربع نصف القاعدة مساويا لمجموع مربعي

الضلعين الآخرين

ولتكن $ب د$ منتصف الخط $ا ب$ الذي هو قاعدة المثلث $ا ب د$

من (شكل ٦٣) والخط $ب د$ هو ارتفاعه فالمثلث $ب د د$ بمقتضى

بد (٧٨) يفيد هذه المغادلة

$$ب د^2 = ب د^2 + ب د^2 - ٢ ب د ب د$$

والمثلث اسمه بمقتضى بند (٧٩) يفيد هذه المعادلة

$$\overline{اسه} = \overline{سمه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه}$$

فاذا جمعنا هاتين المعادلتين واعتبرنا ان $\overline{أه} = \overline{سمه}$ كان

$$\overline{اسه} + \overline{سمه} = \overline{سمه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه} + \overline{أه}$$

وهو المطلوب

وننتج من ذلك ان متوازي الاضلاع مجموع مربعات اضلاعه يساوى مجموع مربعي قطريه

(٨١) النسب التي بين سطحي المثلثين المتشابهين كالنسب التي بين مربعي الضلعين المتناظرين

وذلك لان المثلثين اسمه و اسمه من (شكل ٦١) حيث كانا متشابهين يتحصل منهما متناسبة نظميها هكذا

$$ا : أ :: اسم : اسم$$

وايضاً من حيث ان المثلثين اسم و اسم متناسوا الزوايا يتحصل منهما متناسبة نظميها هكذا

$$سمه : سمه :: اسم : اسم$$

فاذا ضربنا هاتين المتناسبتين على الترتيب تحصل

$$ا \times سمه : ا \times سمه :: اسم : اسم$$

لكن حيث ان $ا \times سمه$ ضعف سطح المثلث اسم وان $أ \times سمه$ ضعف سطح المثلث اسم ايضا ينتج ان النسبة بين سطحي المثلثين المتشابهين كالنسبة بين مربعي الضلعين المتناظرين

(٨٢) النسب التي بين سطحي كثيرى الاضلاع المتشابهين كالنسب التي بين مربعي ضلعين متناظرين منهما

وحيث ان كثيرى الاضلاع اسم و اسم متناسوا

(شكل ٤٦)

(شكل ٤٦) متشابهان فهما مربعان من عدة واحدة من مثلثات

ت و و و ت و و و و متشابهة على التناظر وموضوعة بوضع واحد فاذن يحصل بمقتضى الدعوى السابقة

$$ت : ت :: ا : ا :: ك : ك$$

$$ح : ح :: س : س :: م : م$$

$$و : و :: د : د :: ه : ه$$

وجميع هذه التناسبات متساوية لان الشككين الكثيرى الاضلاع حيث انها متشابهان يكون

$$ا : ا :: آ : آ :: س : س :: الخ$$

$$أو ا : ا :: آ : آ :: س : س :: الخ$$

فاذن نسبة مجموع المقدمات التى هى ت + ح + و اى كثير الاضلاع

ا ب س د الى مجموع التوالى التى هى ت + ح + و اى كثير

الاضلاع آ س د ه كنسبة المقدم وهو ا : تالىبه آ و بهذا

يثبت المطلوب

(٨٣) النسب التى بين سطحي دائرتين كالنسب التى بين مربعي نصفي

قطريهما او مربعي قطريهما او مربعي محيطيهما

فقد تقدم في بند (٧٥) ان سطح الدائرة المشار له هنا بالحرف س = ب

باعتبار ان س نصف قطر الدائرة وان ب هي نسبة المحيط الى القطر

فاذا فرضنا دائرة اخرى نصف قطرها س كان بمقتضى ذلك س = ب

فاذن ينتج من هاتين المعادلتين مناسبة نظمها هكذا

$$س : س :: ب : ب :: ب : ب :: ب : ب$$

لكن حيث انه بمقتضى دعوى بند (٦٤)

س : س : س : س : س

أو س : س : س : س : س

وان النسب بين انصاف الاقطار كالنسب بين الاقطار يكون ايضا

س : س : س : س : س

فبسبب مساواة هذه التناسبات يكون

س : س : س : س : س

وبهذا يثبت المطلوب

* (الفصل الخامس) *

في دعاوى عملية هندسية متعلقة بالدعاوى النظرية المتقدمة

* (حل الدعاوى العملية بالعمل) *

(٨٤) كيف تستخرج النسبة بين مستقيمين

قبل الشروع في ذلك ينبغي ان يعلم ان مساحة البعدين النقطتين الذي هو عبارة عن طول المستقيم المرسوم على الارض او على الورق هي البحث عن عدة مرات اشتداله على مستقيم آخر مأخوذاً وحدة مقياس اصطلاحى كالبيتر المعلوم المنقسم الى اعشار واعشار اعشار وهكذا وهو مقياس الاطوال

فينتد اذا اردنا معرفة البعدين نقطتين ا و ب على الارض نضع المتر على الخط ا ب ما يمكن من المرات فان بقي شئ فانه يقدر باجزاء هذا المقياس

وكيفية رسم الخط ا ب على الارض ان تغرس اوتاد مستقيمة في الارض قائمة عليها بحيث ان اول وتد منها يستمر ماعداً بالبحرير فينتد مواقع هذه الاوتاد تكون على خط واحد مستقيم فيما اذا كان سطح الارض افقياً او ذا ميل واحد وهذه الاوتاد تكون دائماً موجودة في مستو واحد قائم على سطح الارض

ومن هنا يظهر ان النسبة بين خطين هي عبارة عن النسبة بين العددين الدالين على عدة مرات دخول خط آخر من نوع واحد في هذين الخطين فاذا كان طول يساوي ١٨٥ وآخر يساوي ٢٥ وكانت النسبة بين هذين الطولين كنسبة ١٨٥ : ٢٥ :: ١٨٥٠ : ٢٥٠
٢١ : ٧٤ ::

فاذا كان هذان الخطان مرسومين على الورق امكن استخراج النسبة التي بينهما سواء كانت تحديدية او تقريبية بالقاعدة الحسابية المستعملة في استخراج القاسم الاعظم المشترك بين عددين

(٨٥) ما كيفية رسم مثلث اذا علمت اضلاعه الثلاثة

لنكن الخطوط الثلاثة م و و ط من (شكل ٦٥) قترسم
اولا ا- = م ونجعل النقطة ا مركزا ويبعد نصف قطر يساوي و
نرسم قوسا ضه ظ ثم نجعل ايضا النقطة ر مركزا ويبعد نصف قطر
يساوي ط نرسم قوسا آخر مثل ت غ يقطع الاول في النقطة سه
فاذا امددنا مستقيمين سه ا و سه ر حدث مثلث ا سه ر هو المثلث
المطلوب

ويظهر من هذا العمل ان القوسين ضه ظ و ت غ لا يمكن تقاطعهما
وحدوث المثلث الا اذا كان اكبر الخطوط المفروضة اصغر من مجموع الخطين
الآخرين

(٨٦) كيف ينصف خط مستقيم معلوم

كيفية ذلك ان يجعل كل من نهايتي الخط ا- من (شكل ٦٦) مركزا
ويبعد نصف قطرا كبر من نصف هذا الخط نرسم قوسين يتقاطعان فوق الخط
وتحت في نقطتين سه و د فحينئذ يكون المستقيم سه د عمودا على
ا- وذلك لان النقطتين سه و د من حيث ان بعدهما عن النقطتين
ا و ر واحد بالعمل يازم ان يكون وقوعهما على العمود القائم على
منتصف ا- كما في بند (٢٤) لكن حيث ان النقطتين يعينان امتداد

الخط المستقيم يكون $س د$ مضعفا للمستقيم $ا ب$

(٨٧) كل نقطة مفروضة على خط مستقيم لئلا نخرج منها عمودا على ذلك الخط

فناخذ على $ب$ من النقطة $س$ المفروضة ويسارها جزئين متساويين وليكونا $س د$ و $ا س$ كما في (شكل ٦٧) ثم نجعل كلا من النقطتين $ا$ و $د$ مركزا ويعد نصف قطرا كبيرا من $ا س$ نرسم قوسين يتقاطعان في $ع$ فيكون المستقيم $س ع$ هو العمود المطلوب لان النقطة $ع$ من حيث ان بعد ها واحد من النقطتين $ا$ و $د$ بالعمل تكون واقعة على العمود القائم على منتصف $ا د$ فاذن $س ع$ هو العمود المطلوب

(٨٨) كيف تنزل من نقطة مفروضة خارج خط مستقيم عمودا على ذلك المستقيم

فنجعل نقطة $س$ المفروضة خارج المستقيم $ا ب$ من (شكل ٦٨) مركزا ويعد نصف قطر يكون $ا ب$ كافيا في التقاطع نرسم قوسا يقطع $ا ب$ في نقطتين $ع$ و $د$ ثم نجعل كلا من هاتين النقطتين مركزا ويعد نصف قطرا صغيرا من $ع د$ نرسم قوسين آخرين يتقاطعان في $د$ فيكون المستقيم $س د$ عمودا على منتصف $ع د$ فهو عمود ايضا على المستقيم $ا ب$ وذلك لان النقطتين $س$ و $د$ بعد كل منهما عن نقطتي $ع$ و $د$ واحد

(٨٩) كل نقطة مفروضة لئلا نرسم منها خطا موازيا لخط مستقيم مفروض

فنجعل النقطة $س$ المفروضة مركزا ويعد نصف قطر كاف مثل $س د$ من (شكل ٦٩) نرسم قوسا غير محدود وليكن $د$ ثم نجعل النقطة $د$ ايضا مركزا ويعد هذا النصف قطر بعينه نرسم قوسا $س ه$ و نأخذ من القوس غير المحدود $د ه = ا س$ ونرسم مستقيما $س د$ فيكون هو الموازي المطلوب

وبين ذلك ان الزاويتين $د س ه$ و $ا س د$ المتبادلتين بالدخول

متساويتان

متساويتان بالعمل فاذا انطلقا من $ا$ و $ب$ هما متساويتان
وهنا طريقة اخرى في حل هذه الدعوى العملية وهي ايضا صحيحة في العمل
وهي ان نجعل النقطة $س$ مركزا ويبعد نصف قطر نرسم قوسا $خ$ ضه
عماسا للخط $ا$ - $ب$ كما في (شكل ٧٠) وكذا نجعل النقطة $ف$ المفروضة
على الخط $ا$ - $ب$ مركزا ويبعد نصف القطر بعينه نرسم قوسا $ظ$ ت ثم نضع
مسطرة تكون حافتها مارة بالنقطة $س$ وعماسة للقوس $ظ$ ت فالمستقيم
 $س$ - $د$ المعين بهذه الطريقة هو الموازي المطلوب

(٩٠) كيف نرسم من نقطة مفروضة خارج خط مستقيم خطا يحد منه
مع الاقل زاوية تساوي زاوية معلومة

فلتكن $س$ هي النقطة المفروضة خارج المستقيم $ا$ - $ب$ كما في (شكل ٧١)
 $م$ هي الزاوية المفروضة فلنعين على الخط $ا$ - $ب$ نقطة كيف كانت
ولتكن $د$ ونرسم منها مستقيما $د$ - $هـ$ بحيث ان الزاوية $د$ - $هـ$ = $م$
ثم نرسم من النقطة $س$ مستقيما $س$ - $ش$ موازيا $د$ - $هـ$ فحينئذ الزاوية
 $س$ - $ش$ = $د$ - $هـ$ وهذا هو حل الدعوى

(٩١) كيف نقسم الزاوية الى قسمين متساويتين

لاجل تقسيم الزاوية $ا$ - $ب$ من (شكل ٧٢) الى قسمين متساويتين نجعل
رأسها وهي $ا$ مركزا ويبعد نصف قطر $ا$ - $ب$ كيف كان نرسم قوسا $م$ - $ن$ ثم
نجعل كلا من النقطتين $م$ و $ن$ مركزا ويبعد نصف قطرا كبيرا من نصف
 $م$ - $ن$ نرسم قوسين يتقاطعان في $د$ ونصل $ا$ - $د$ فحينئذ المستقيم $ا$ - $د$
يقسم الزاوية $ا$ - $ب$ الى قسمين متساويتين

وبرهان ذلك ان يقال حيث ان النقطتين $ا$ و $د$ بعدهما واحد من طرفي
الوتر $م$ - $ن$ يكون المستقيم $ا$ - $د$ عمودا على منتصف هذا الوتر فاذا
يقسم القوس $م$ - $ن$ والزاوية $ا$ - $ب$ الى قسمين متساويتين

وبهذا العمل يمكن تقسيم اي قوس الى اربعة اقسام متساوية او ثمانية او ستة
عشر الخ

(٩٢) كيف نقيم عمودا على نهاية خط مستقيم من غير ان نعلمه فلتعين نقطة s من (شكل ٧٤) بحيث تكون في داخل القائمة a التي تحدث من الخط المفروض والعمود المطلوب ثم نجعل هذه النقطة مركزا وبعد نصف قطر يساوي as نرسم محيطا as ومن النقطة s التي قطع فيها المحيط المستقيم a نرسم قطرا sd ثم نصل بين النقطتين a و d بخط مستقيم فيكون المستقيم ad عمودا على a وذلك ان الزاوية asd المرسومة في المحيط مساحتها ربع محيط as فاذن هذه الزاوية قائمة بمقتضى بند (٣٨) و (٤٠)

فاذا اردت حل هذه الدعوى العملية على الارض فلتضع نفسك في جهة مثل s ثم تمد حبل بطول as من s الى d على وجه ان d يكون على استقامة a ثم تمد هذا الحبل من s الى e على استقامة s المعلمة بالاوتاد فينشئ المستقيم ae يكون هو العمود المطلوب ولا يخفى ان هذا العمل يرجع الى السابق

(٩٣) كيف يرسم من نقطة مفروضة خط مماس لدائرة اذا كانت النقطة a من (شكل ١٩) على المحيط فكيفية ذلك ان ترسم نصف قطر مثل as وتقيم عليه عمودا a يكون هو المماس المطلوب في النقطة a بموجب (٣٦)

واذا كانت a خارج المحيط فكيفية ذلك ان تصل بين هذه النقطة و s التي هي مركز الدائرة المفروضة بمستقيم as وترسم على الخط as الذي هو بمنزلة القطر محيطا as كما في (شكل ٧٥) فان المستقيمين a و d الواصلين بين النقطة a المفروضة ونقطتي تقاطع الدائرتين يكونان مماسين للدائرة s الاولى لان كلا من الزاويتين sda و sda قائمة بمقتضى بند (٣٨) و (٤٠) والمثلثان as و as من حيث انهما متساويان ينتج ان الزاويتين sda و sda تكونان ايضا متساويتين فاذن لا اجل ان تمس دائرة اضلاع زاوية يلزم ان يكون مركزها

٢ على الخط المستقيم الذي يقسم هذه الزاوية قسمين متساويين

(٩٤) كيف ترسم دائرة في مثلث

ينتج من حل الدعوى العملية السابقة انه لاجل رسم دائرة في مثلث يجب
قسمة زاويتين من زوايا هذا المثلث الى قسمين متساويين لان نقطة تقاطع خطي
القسمتين هي مركز الدائرة المطلوبة

واما نصف القطر وهو OK من هذه الدائرة فنعلم انه يكون مساويا للعمود
النازل من المركز O على احد الاضلاع وهو AS من المثلث ASB
كفاي (الشكل ٧٦)

(٩٥) كيف ترسم محيطا يمر بثلاث نقط مفروضة على خط غير مستقيم
لتكن النقط المفروضة A و B و C من (شكل ٧٧) فصلها بمستقيمين
 AB و BC وعلى منتصف كل منهما اقم عمودين DE و FG
فالنقطة H التي هي نقطة تقاطع هذين العمودين تكون على بعد واحد من
النقط A و B و C الثلاث فهي مركز الدائرة المبحوث عنها
ولا تعسر البرهنة على انه لا يمكن الامرور محيط واحد بالنقط A و B و C
الثلاث ومن المعلوم انه اذا كانت هذه النقط الثلاث على خط مستقيم
فالدعوى العملية غير ممكنة

وبطريقة البرهنة المتقدمة يبرهن على الدعوى العملية التي الغرض منها مرور
محيط برؤس ثلاث زوايا من مثلث او استخراج مركز دائرة أو قوس
فالنقط A و B و C المفروضة على الارض المتباعدة عن بعضها
كثيرا اذ الزم رسم محيط يمر بها فامسح بواسطة الغرافومتر زاوية ASB من
(شكل ٧٨) واختر نقط اخرى مثل T يكون العرضان AS و AT منظورين
منها كما يتظران من الزاوية S يعني بحيث تكون $AS = AT$
فجموع هذه النقط يحدد قوس الدائرة المطلوبة التي ترسم بعد ذلك كما يراد
ولاجل تكميل المحيط تفرض ايضا نقط اخرى مثل H و I بحيث تكون

كل زاوية من الزوايا $ا و ح و س و ا و ت و س$ الخ متساوية
لباقى طرح الزاوية $ت$ من القائمتين

(٩٦) كيف ترسم قطعة دائرة على خط مستقيم مفروض تحتوى على زوايا
تساوى زاوية معلومة

فليكن $ا ب$ المستقيم المفروض و $س$ الزاوية المفروضة والغرض ان
ترسم على هذا المستقيم القوس $ا ك ب$ بحيث تكون فيه كل الزوايا المرسومة

وهي $ك و ك$ الخ متساوية للزاوية $س$ كما في (شكل ٧٩)

فارسم الزاوية $م ا ب = س$ واقم $ا و$ عمودا على $ا م$ واقم كذلك
 $و د$ عمودا على منتصف $ا ب$ فالنقطة $و$ المشتركة بين هذين العمودين
تكون مركز القوس $ا ك ب$ المطلوب

وذلك لان الزاويتين $م ا ب و ك$ متساويتان لان مساحة كل منهما نصف
القوس $ا ب$ كما في بند (٤٠) و (٤١) ولكن بالعمل $م ا ب = س$
فاذن $ك = س$

ويستعمل هذا الحل في اخذ صورة الارض كما سيأتى

(٩٧) كيف يستخرج خط مناسب رابع لثلاثة خطوط مفروضة

لتكن الخطوط الثلاثة المفروضة $م و ك و ط$ من (شكل ٨٠)
فعلى الضلع $خ ا$ من الزاوية $ا$ المختارة خذ مبتدئا من النقطة $ا$ الخطين
 $م و ك$ الاولين على التعاقب وعلى الضلع $اضه$ الآخر خذ مبتدئا
كذلك من النقطة $ا$ الخط $ط$ الثالث وصل بخط بين طرفي $م و ط$
وبطرف $ك$ ارسم $د ه$ على الموازية من $س$ فاجزاء $س د ه$
يصير المناسب الرابع المطلوب لانه بسبب توازي $د ه و س$ يكون
 $م : ك :: ط : خ$

وبمثل هذا الوجه يستخرج المناسب الثالث للخطين $ا و ب$ المفروضين
لانه عين المناسب الرابع لثلاثة خطوط $ا و ب و س$

(٩٨) كيف يقسم خط مفروض الى اجزاء متساوية كما يراد

ليكن المطلوب قسمة الخط AB من (شكل ٨١) الى خمسة اجزاء متساوية
 فبالطرف A ارسم مستقيماً AS غير متناه وخذ على هذا المستقيم خمس
 اجزاء متساوية مثل خط A وصل بين النقطة S التي هي آخر نقط القسمة
 والنقطة B التي هي طرف المستقيم AB وارسم BS موازياً AS
 فهذا يصير AS خامس جزء من AB كما في بند (٤٦)
 وهذه الطريقة يمكن تنويعها ولنذكر طريقة اخرى صحيحة محرومة جدا
 في الاستعمال فنقول

ليكن AB من (شكل ٨٢) دائماً هو الخط المطلوب قسمته فارسم كما تريد
 مستقيماً AS غير متناه ومن النقطة A ارسم مستقيماً AE موازياً BS
 وضع على كل خط من هذه المتوازيات خمسة اجزاء متساوية وصل جميع نقط
 القسمة المتقابلة بمستقيمات AD و HO و SR و UL و MT فثبت
 انها متوازية ومتساوية الابعاد تقسم AB الى خمسة اجزاء متساوية كما في
 (شكل ٨٢)

(٩٩) كيف يرسم من نقطة مفروضة في داخل زاوية معلومة خط مستقيم
 جزأه الداخلان بين تلك النقطة وضلعى الزاوية متساويان
 فليكن S هي النقطة المفروضة في داخل الزاوية ASB من
 (شكل ٨٣) يرسم من هذه النقطة خط SE موازاً AS ويجعل
 $SE = AS$ ويرسم مستقيماً FE فيصير بالضرورة منقسماً الى
 قسمين متساويين في النقطة E انظر بند (٤٦)

(١٠٠) كيف يرسم على خط مستقيم مفروض مثلث مشابه لمثلث
 مفروض ليكن ASB من (شكل ٦١) المثلث المفروض والغرض ان
 يرسم على AS مثلث ASB مشابه للاول فلاجل ذلك ترسم زاوية A
 $= A$ وزاوية $S = S$ بمقتضى بند (٨٩) فالمستقيمان AS
 و SB يتلاقيان في النقطة B التي تصير مناظرة للنقطة B وهذا
 تحل الدعوى العملية

لكن يمكن بطريقة اسهل من تلك عمل مثلث $آسم$ مشابه للمثلث $اسم$ بالبحث اولا عن المناسب الرابع للثلاثة خطوط $ا ب و اسم و آسم$ ثم عن المناسب الرابع الاخر للثلاثة خطوط $ا ب و اسم و آسم$ فحينئذ يتوصل الى معرفة الاضلاع الثلاثة من المثلث $آسم$ الذي يعمل بواسطة الطريقة المذكورة بمقتضى بند (٨٥)

ثم ان تحويل السطح المستوي الى سطح اصغر منه يمكن ان يصنع بواسطة احدى هاتين الطريقتين لانه اذا كانت كل النقط الاصلية من هذا السطح المستوي مجموعة بواسطة مثلثات وعمليا مثلثات اخرى مشابهة لها وموضوعة على وضع واحد واضلاعها تكون بالنسبة لاضلاع الاولى على النسبة المفروضة فاننا نجد صورة السطح المستوي المطلوب

وسياتى الكلام على هذا الغرض وبديل ان تتبع الطريقة الصعبة التي فرغنا من بيانها في استخراج مناسب رابع لثلاثة خطوط مفروضة يكون الاسهل لنا ان نستعمل المقاييس التي اطوالها تكون على ذات النسبة التي بين الخطوط المتناظرة من شكل ومن صورته المنسوخة منه فلهذا وجب علينا ان نتكلم على عمل المقاييس فنقول

(١٠١) كيف يعمل مقياس متساوى الاجزاء كما في (شكل ٨٤)

المراد بالمقياس الخط المستقيم المستعمل لقياس جميع خطوط سطح مستو او خرطة فاذا لم يمكن معك تفاصيل دقيقة تريد رسمها فاستعمل في اغلب الاوقات المقاييس المعمولة كما تراه في اسفل شكل ٨٤ واستعمل في عكس ذلك المقاييس الاعشارية ولندكر طريقة عملها فنقول

لفرض ان المراد اخذ عشر المسافة الذي هو $ام$ ولنفرضه ميترامثلا فترفع على المستقيم $ا ب$ من الشكل المذكور عمودا $اسم$ ونضع على هذا العمود مثل المسافة $ام$ عشر مرات او عشر مسافات متساوية ثم نعد من جميع نقط القسمة خطوطا موازية للخط $ا ب$ ثم نعد موازى $سم$

و غ ٥ و ض ط الخ فتصير متساوية الأبعاد لان المسافات ا م
و م ٥ الخ و ص ه و غ ضه الخ متساوية بالعمل وبهذه الطريقة
جزء الموازي الاول (ل آ) المشتبك في المثلث ت س د يصير عشر ا م
أو عشر متر و جزء الموازي الثاني المشتبك كذلك يصير $\frac{٢}{١٠}$ ا م و هم جزأ
فاذا اردنا الآن اخذ طول قدره ١٦ مترا و $\frac{٢}{١٠}$ مثلا نخذ بالبيكار
من (٤ ٤) جزء الموازي الداخل بين ع ف والمائل ق ط واذا اردت
ايضا اخذ طول قدره ٢٨ و ٥٥ مترا نخذ جزء الموازي الداخل بين ح ه
و غ ٥ والمتوسط بين الاثنين الآخرين وهما (٥ ٥) و (٦ ٦)
وفي الاستعمال ينوب عن الحرفين ف ه العددا ١٠ و ٢٠ وعن
الحروف ع و ح و ت و صه و س الخ الاعداد ١ و ٢
و ٣ و ٤ و ٥ الخ

(١٠٢) كيف يستخرج وسط متناسب بين خطين مفروضين

(الحل الاول لهذه الدعوى)

هو ان تضع بالتعاقب على المستقيم غ ضه غير المتناهي الخطين ا و س
المفروضين كما في (شكل ٨٥) وتجعل غ ضه الذي هو مجموع هذين الخطين
بنزلة قطر ترسم عليه نصف محيط ومن النقطة ظ التي هي نهاية الجزء غ ط
= ا تقيم على غ ضه عمودا ظ و فيكون هو الوسط المناسب المطلوب
وبيان ذلك انه بموجب خاصية الدائرة المذكورة في بند (٥٤) يكون

غ ط : ظ و :: ظ و : ظ ضه أو ا : ظ و :: ظ و : س

(الحل الثاني)

هو ان ترسم على الخط الاكبر وهو س أو غ ضه نصف محيط وتضع الخط
ا على الخط س يعني تجعل غ ط = ا ومن النقطة ظ التي هي
نهاية المستقيم ا اقم ظ و عمودا على غ ضه ثم ارسم وتر غ و
فيصير هو الوسط المناسب المطلوب انظر بند (٥٤)

ولاجل استخراج الوسط المناسب بين عددين اضرب احدهما في الآخر فخذ

حاصل الضرب هو الوسط المناسب كما هو مقرر في علم الجبر

(١٠٣) كيف يقسم خط الى متناسبة ذات وسط وطرفين

ليكن المستقيم AB من (شكل ٨٦) هو المطلوب قسمته الى متناسبة ذات

وسط وطرفين فاقم BA عمودا على AB وخذ $BA = \frac{1}{2} AB$ واجعل

النقطة C مركزا وبعد نصف القطر BA ارسم محيطا وصل BC وخذ

$BE = BC$ فالنقطة E تقسم AB كما يقتضيه منطوق المسئلة

وذلك لانه بسبب ان BA مماس للمحيط يكون بمقتضى بند (٥٦)

$BC : AB :: AB : BE$

ثم $BC : AB :: AB : BE$

لكن $BC : AB :: AB : BE$

و $AB : BE :: BE : AE$

فاذن المتناسبة السابقة تصير هكذا $BC : AB :: AB : AE$

فاذا وضعنا الوسيطين موضع الطرفين ووضعنا BE موضع BC يكون

$AB : BE :: BE : AE$

ومن حيث ان AB اكبر من BE يكون ضرورة $BE < AE$

فاذن الجزء BE الذي هو اكبر جزء من الخط AB هو الوسط المناسب

بين AB و AE

ويتضح بهذا العمل ان الخط القاطع وهو BC منقسم في النقطة C

الى متناسبة ذات وسط وطرفين

(١٠٤) كيف يستخرج ضلع من مربع مكافئ المستطيل مقروض

ليكن W BC قاعدة المستطيل المقروض وارتفاعه WX ضلع المربع

المطلوب فن الواضح انه بمقتضى نص المسئلة يلزم ان يكون

$W \times BC = WX^2$ او $W : WX :: WX : BC$

يعني ان ضلع المربع هو الوسط المناسب بين قاعدة المستطيل وارتفاعه فاذن

تحل هذه الدعوى العملية بطريقة بند (١٠٢)

(١٠٥) كيف يحول مضلع مستقيم الخطوط ايا كان الى مضلع آخر مكافئ له وناقصا عنه ضلعا

نفرض ان المضلع المفروض ذو اربعة اضلاع $ا ب ح د$ كما في (شكل ٧٢) وان الغرض تحصيل مثلث مكافئ له فلاجل هذا نرسم $ا ب$ الذي هو قطر الشكل ونرسم من النقطة $د$ مستقيما $د ه$ موازيا لهذا القطر وننتهيا الى الضلع $ا ب$ الممدود بالكفاية ثم نجتمع النقطتين $ه$ و $د$ فيتحصل مثلث $ا ب ه$ يكون مكافئا لذي الاضلاع الاربعة $ا ب ح د$ ولاجل البرهنة يلزم ان تعتبر ان المثلثين $ا ب ه$ و $ا ب د$ متساويان في السطح بسبب ان لهما قاعدة واحدة هي $ا ب$ وارتفاعا واحدا لان رأسيهما موضوعان على خط واحد مواز للقاعدة فحينئذ اذا اضفنا الجزء المشترك $ا ب ه$ من جهة المثلث $ا ب د$ ومن اخرى المثلث $ا ب ه$ كان هذان المجموعان متساويين فحينئذ المثلث $ا ب ه$ يكون مكافئا لذي الاضلاع الاربعة $ا ب ح د$

ومن هنا يفهم امكان تحويل مضلع ايا كان الى مثلث مكافئ له لانه اذا كان الغرض مثلا عمل ذلك في مخمس فانه يحول بالطريقة السابقة الى ذي اربعة اضلاع مكافئ له ثم يستخرج مثلث مكافئ لذي الاربعة اضلاع المذكور

(١٠٦) كيف يستخرج مربع مكافئ لمضلع مفروض

يلزم في حل هذه الدعوى العملية بالرسم ان يحول المضلع المفروض الى مثلث مكافئ له ثم يستخرج بطريقة قضية بند (١٠٢) وسط متناسب بين قاعدة هذا المثلث ونصف ارتفاعه وهذا الوسط متناسب يكون ضلع المربع

المطلوب بمقتضى بند (٧٢) وبند (١٠٤)

ومن هنا ينتج ان جميع الاشكال المستقيمة الخطوط تكون قابلة للتربيع تنبيه لاجل عمل مربع مكافئ له دائرة يلزم ان يكون ضلع هذا المربع وسطا متناسبا بين محيط الدائرة المفروضة وربع قطرها لكن حيث ان النسبة العددية

بين هذين الخطين غير مشتركة القياس ينتج ان تربع الدائرة غير ممكن لكن
سطيع المربع المحصل بهذه الطريقة يكرن اقل من سطح الدائرة بقدر قرب
النسبة المذكورة من هذا السطح

(١٠٧) كيف يرسم مربع في دائرة

ارسم قطرين AB و CD كما في (شكل ٨٧) واجعل احدهما عمودا
على الآخر بمقتضى بند (٨٦) فالخطوط الاربعة المستقيمة التي تجمع
اطرافها تصير اضلاع المربع $ABCD$ المرسوم في الدائرة وهذا واضح
ومن الواضح ايضا ما يلزم عمله لاجل رسم مربع على هذه الدائرة ولا تعسر
البرهنة على ان المربع المرسوم على الدائرة هو ضعف المربع المرسوم فيها
فاذا قسمنا كل ربع من المحيط الى قسمين متساويين ووصلنا نقط القسمة يحدث
المثلث المنتظم المرسوم في الدائرة ومن هذا يمكن الانتقال الى مضلع آخر منتظم
ذى عدة اضلاع ضعف عدة اضلاع الاول انظر بند (٩١) فحينئذ جميع
المضلعات المنتظمة القابلة للرسم في الدائرة او عليها بواسطة المربع هي مضلعات
لها من الاضلاع ٤ و ٨ و ١٦ و ٣٢ الخ

(١٠٨) كيف ترسم مسدسا منتظما في دائرة

ضع نصف قطر الدائرة المفروضة ست مرات وضعا متواليا على محيط الدائرة
كما في (شكل ٤٥) لان ضلع المسدس المنتظم يساوي نصف قطر الدائرة
المرسومة عليه انظر بند (٦١)

فاذا وصلنا نقط القسمة الستة مني يحصل المثلث المتساوي الاضلاع المرسوم
في الدائرة ومن المعلوم ان هذا المثلث هو ربع المثلث المتساوي الاضلاع
المرسوم على الدائرة

وكل المضلعات القابلة للرسم في الدائرة او عليها بواسطة المسدس المنتظم هي

مضلعات لها من الاضلاع ٣ و ٦ و ١٢ و ٢٤ الخ

(١٠٩) كيف يرسم معشر منتظم في دائرة

يقسم كما في (شكل ٤٧) نصف قطر الدائرة المفروضة الى متناسبة ذات وسط

وطرفين فالجزء الاكبر من هذا النصف القطر يسكون ضلع المعشر المنتظم المرسوم في الدائرة اقتر بند (٦٢) فاذا وصلنا نقط القسمية العشرة مثنى يحصل الخمس المنتظم فينتج من هذا واما سبق ان كل المضلعات المنتظمة القابلة للرسم في الدائرة او عليها بواسطة المعشر هي مضلعات لها من الاضلاع ٥

و ١٠ و ٢٠ و ٤٠ الخ

(١١٠) كيف يرسم ذو النجمة عشر ضلعا في دائرة

القوس الموتر بضلع من اضلاع ذي النجمة عشر يساوي قوس المسدس الاقوس المعشر وذلك ان قوس المسدس يساوي $\frac{1}{6}$ او $\frac{1}{3}$ من زاوية قائمة وقوس المعشر يساوي $\frac{1}{10}$ او $\frac{1}{5}$ فينتد فرق هذين القوسين يساوي $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$ من الزاوية القائمة وهذا بالتحرير هو قوس ضلع ذي النجمة عشر ضلعا فبواسطة هذا المضلع يمكن ان يرسم في الدائرة او عليها جميع المضلعات التي لها من الاضلاع ١٥ و ٣٠ و ٦٠ الخ (تنبيه) الدعاوى العملية المتقدمة تجرى في رسم الاستحكامات المنتظمة

* (حل الدعاوى العملية بالحساب) *

(١١١) كيف يقام عمود على مستقيم على الارض بواسطة حبل قد تقدم حل هذه الدعاوى العملية في بند (٩٢) لكن حلها هنا مبني على خاصية المثلث القائم الزاوية ويمكن ان يستعمل فيما اذا لم يوجد فضاء سوى المسافة الداخلة بين ضلعي الزاوية القائمة

فلتفرض ان الخط المستقيم هو س ا كما في (شكل ٨٨) وان الغرض ان يقام عليه من النقطة س عمود س د فاقسم حبلنا الى ثلاثة اقسام متناسبة مثل تناسب ٢ و ٤ و ٥ واربط طرفيه في وتد ظ وبعد عمل س د ظ = ٣ فوتر هذا الحبل خلف وتد س وشدّه بحيث ان جزيه س د ضه و ضه ظ يحدثان الزاوية ضه ويكون احدهما مساويا ٤ والاخر مساويا ٥ ثم اغرس او تاد في استقامة الوتدين س د

و ضه فالمستقيم سه ضه يكون هو العمود المطلوب وذلك لان المثلث سه ظ ضه هو قائم الزاوية في سه لان مربع اكبر الاضلاع يساوى مجموع مربعي الضلعين الاخرين انظر بند (٥٣) و (٧٧)
(١١٢) كيف تؤخذ مساحة عرض نهر على فرض انه لم يكن هنالك آلة اخرى غير المتر

أقم كما في (شكل ٨٩) على الخط اسم الذي هو عمود على مجرى الماء عمودا سه ع بالطريقة السابقة وخذ سه د كيف ما اتفق وخذ سه ع مناسبا سه د وضع الشواخص في استقامة اد واقم من النقطة ع عمودا ع ف وابحث عن نقطة التلاقى ف ثم قس سه ع و سه د و سه ع و سه ف فهذا العمل يحدث مثلثان اد سه و ف د ع متشابهان فاذن
د ع : سه ف :: سه د : سه ا

وبتحديد سه ا بهذه الكيفية يحصل عرض النهر وهو ا ب = سه ا
سه ع فيفرض ان النقطة ا شئ محسوس على الشط المقابل للسط الذي نحن به مثل حجر ضخم او شجرة

مثال ذلك ان نفرض ان سه ع = ٤ م و سه د = ٣٠ م و سه ف = ٢٠ م
سه ع = ٤ م و سه ف = ٢٠ م فيكون

$$٢٠ : ٤ :: ٣٠ : سه ا = \frac{٣٧٠}{٢} = ١٨٥$$

$$فاذن ا ب = سه ا - سه ع = ١٨٥ - ٤ = ١٨١$$

(١١٣) كيف يعرف طول ما او ارتفاع شئ لا يمكن الوصول اليه على فرض انه ليس هنالك آلة الا المتر كما تقدم

لنفرض ان سه ط كما في (شكل ٩٠) الطول والارتفاع المطلوب معرفته وان المسافة سه ط لا يمكن الوصول اليها الا في النقطة سه وان سطح الارض ط د افقي او ذوا انحدار واحد

نضع شاخصين مستقيمين ولا باس ان يكونا متساويين في الطول واركزهما
قائمين احدهما في ر والاخر في ا وليكن مثلاً ر ف و ا ه
ارتفاعي هذين الشاخصين ثم اجث واضعاً رأسك بقرب الارض عن النقطتين
س ه و د اللتين فيهما الشعاعان ص ه و ص د الماران بنهاية كل
من الشاخصين وبنهاية الشيء المطلوب معرفة طوله او ارتفاعه بتلاقيان مع
سطح الارض الذي هو د ثم قسم اقسام هذا الخط وهي د ا و ا ه
و س ه و قس ايضا طول كل من الشاخصين واستعمل في حساب الارتفاع
ض ه ط الطريقة التي تذكرها فنقول

اذا فرضنا لاجل الاختصار ان د ا = ا و ا ه = ر و س ه =
= س ه و ا ه = ر ف = ش ه و ر ط = خ و ط ص =
= ض ه فالثلثان س ه ر ف و س ه ط ص المتشابهان يفيدان
مقاسبة نظمها هكذا

$$س ه : ش ه :: س ه + ر : خ : ض ه$$

وكذلك الثلثان د ا ه و ط ص ه المتشابهان يفيدان مقاسبة نظمها هكذا

$$ا : ش ه :: ا + ر + س ه + خ : ض ه$$

وحيث كانت التوالى متحدة في المتناسبتين صح ان تكون النتيجة هكذا

$$ا : س ه :: ا + ر + س ه + خ : خ : ض ه$$

فنتج منه

$$خ = \frac{س ه (ا + ر + س ه)}{ا - س ه}$$

فاذا بد لنا هذا المقدار في المتناسبة الاولى نحصل معنا

$$ض ه = \frac{ش ه (ا + ر + س ه)}{ا - س ه}$$

يعني ان نسبة فاضل القطعتين د ا و س ه الى بعد المسافة ش ه د

كنسبة ارتفاع الشاخص المشترك الى الارتفاع المطلوب

(١١٤) كيف يستخرج مقدار الزاوية المركزية ومقدار الزاوية المحيطية

اذا علم عدد اضلاع المضلع المنتظم

فحيث انه يوجد من الزوايا المركزية بقدر عدة اضلاع المضلع وان جمعت
هذه الزوايا متساوية تكون احداها اذن مساوية لاربع زوايا قائمة
مقسومة على عدة اضلاع المضلع فاذا اشرنا لهذه العدة بالحرف ع تكون
الزاوية المركزية $\frac{4 \text{ زوايا قائمة}}{ع}$ ولما كان مجموع زوايا المضلع الداخلة

ايا كان يساوي قوائم لعدد اضلاعه الا اثنين مضروبا باقيه في قائمتين كما في
بند (٤٤) وكان في المضلع المنتظم جميع الزوايا متساوية ينتج ان كل
واحدة منها مساوية لمجموعها مقسوما على عدتها فاذن تكون الزاوية المحيطية

او زاوية المضلع $\frac{2 \text{ قائمتين } (ع-2)}{ع}$ فينتج من هذا ان الزاوية المركزية

وزاوية المضلع يساويان معازاويتين قائمتين فحينئذ يمكن حل دعوى عملية
هي ان يقال اذا سككت قاعة محصنة فخصينا منتظما وعلم منها الزاوية
المصنوعة من بردين متتاليتين اي ساترين فكيف يستخرج عدد
البستونات

وكانت عادة المهندسين قبل استعمال المذهب المسترى الجديد في فرنسا انهم
يستعملون قسمة المحيط الى ٣٦٠ درجة والدرجة الى ٦٠ دقيقة
والدقيقة الى ٦٠ ثانية وهلم جرا ولكن بسبب فائدة القسمة الاعشارية
اختروا تقسيم المحيط الى ٤٠٠ درجة وكل درجة الى ١٠٠ دقيقة
وكل دقيقة الى ١٠٠ ثانية وهكذا فعلى هذا المذهب يكون ربع المحيط
١٠٠٠ درجة فمن هنا ينتج ان الزاوية المركزية في المضلعات المنتظمة التي لها
من الاضلاع ٣ و ٤ و ٥ و ٦ الخ يكون لها من الدرجات على
حسب الترتيب المذكور في الاضلاع ١٢٠ و ٩٠ و ٨٢ و ٦٠
الخ على تقسيم المذهب القديم ويكون لها ١٣٣ درجة و ٣٣ دقيقة
و ٣٣ ثانية و $\frac{1}{3}$ و ١٠٠ درجة و ٨٠ درجة و ٦٦ دقيقة
و ٦٦ ثانية و $\frac{2}{3}$ الخ على التقسيم الجديد

(١١٥) كيف تؤخذ مساحة الزاوية بالمنقلة

المنقلة هي نصف دائرة من نحاس او قرن منقسمة الى ١٨٠ درجة على القديم والى ٢٠٠ درجة على الجديد وفي بعض الاحيان تنقسم الى اقسام درجات المذهب الجديد اذا كانت عظيمة القطر وهي كثيرة الاستعمال في ان يقل بها على الورق الزوايا المسوخة على الارض ونستعمل ايضا في مساحة زاوية على الورق وطريقة العمل في هذه الصورة الاخيرة ان تضع مركز هذه الآلة في رأس الزاوية التي يراد مسحها يجعل قطرها منطبقا على احد ضلعي هذه الزاوية فينتد يكون عدد الدرجات الجديدة الداخلة في القوس الذي بين الضامين هو مساحة هذه الزاوية

(١١٦) كيف يرسم مضلع منتظم ذو عدة اضلاع مفروضة في داخل دائرة بالمنقلة

خطريقة الرسم الصحيحة في العمل المستعملة في سائر المضلعات المنتظمة من غير تخصيص ان تضع مركز منقلة عظيمة في مركز الدائرة المفروضة وتأخذ على محيط هذه المنقلة اقواسا متوالية عدد درجاتها بالمقياس الجديد مثل مقدار الزاوية التي في مركز المضلع المطلوب رسمه فينتد اذا رسمنا اقسام اقطار بنهايات الاقواس فان محيط الدائرة يكون منقسما كما يراد ولا شك انه يمكن بهذه الطريقة ان يرسم على الدائرة مضلع منتظم ايا كان

(١١٧) كيف يستخرج سطح مثلث اضلاعه الثلاثة معلومة

ليكن الضلع a = b والضلع a = c والضلع a = d كما في (شكل ٦١) ولتشر بالحرف x الى القطعة ad فيقتضى دهوى بند (٧٨) النظرية تحدث معادلة تطمها هكذا

$$a^2 = a^2 + a^2 - 2ab \times d$$

وباستعمال الاشارة المذكورة يكون تطمها

$$a^2 = a^2 + a^2 - 2ab \times d$$

$$b^2 = \frac{a^2 + a^2 - a^2}{2a}$$

$$\sqrt{\left(\frac{1 + r^2 + r^4}{r^2}\right) - r^2} = \sqrt{1 - r^2} = \text{ضمة}$$

فبناء على ذلك يكون

$$\sqrt{\left(\frac{1 + r^2 + r^4}{r^2}\right) - r^2} = \frac{\text{ضمة}}{r} = \text{سطح ا-ر-ه}$$

فإذا أدخلنا $\frac{\text{ضمة}}{r}$ في الجذر يعني ضربنا جميع الداخل تحت العلامة في $\frac{\text{ضمة}}{r}$ ثم حولناه الى مقام واحد يحصل

$$\sqrt{\frac{(1 + r^2 + r^4) - r^4}{r^2}} = \text{سطح ا-ب-ه}$$

فبسط الكسر الذي تحت الجذر يدل على فاضل المربعين فاذن يحصل كما هو مقرر في علم الجبر

$$\sqrt{\frac{(1 + r^2 + r^4 - r^4)(1 + r^2 + r^4 + r^4 - r^4)}{4}} = \text{سطح ا-ج-ه}$$

$$\sqrt{\frac{[1 - r^2(1 + r^2)] [1 + r^2(1 + r^2)]}{4 \times 4}} =$$

$$\sqrt{\frac{(1 + r^2 + r^4 - r^4)(1 + r^2 + r^4 + r^4 - r^4)}{4}} =$$

فإذا اختصرنا يجعل $1 + r^2 + r^4 = \text{ط}$ يحصل

$$\frac{\text{ط}}{4} - 1 = \frac{1 - r^2 + r^4}{4} \quad \text{و} \quad \frac{\text{ط}}{4} = \frac{1 + r^2 + r^4}{4} \quad \text{و} \quad \frac{\text{ط}}{4} - r^2 = \frac{1 - r^2 + r^4}{4}$$

ولهذا يكون

$$\sqrt{\frac{\text{ط}}{4} (1 - \frac{\text{ط}}{4}) (1 - \frac{\text{ط}}{4})} = \text{سطح ا-د-ه}$$

ومنه ينتج ان سطح المثلث الذي اضلاعه الثلاثة معلومة يساوى جذر مربع الحاصل من الاربع مكررات التي اولها نصف محيط المثلث والثلاثة الاخرى هي الفواضل الثلاثة التي تحصل بطرح كل واحد من الاضلاع على التوالي من نصف المحيط المذكور

وهذه المعادلة نافعة جدا في المساحة لانه اذا احلنا مضاعفا مستقيما الخطوط

الى

الى مثلثات وعلنا جميع اضلاعها امكن حالا معرفة مقدار سطح هذا المضلع بواسطة هذه المعادلة

ولاجل العمل نفرض $٢٥ = ا$ و $٢٥ = ب$ و $٢٥ = ج$ و $١٥ = د$ فكون

السطح $ا-سمه = ٢٥(٢٥-٢٥)(٢٥-٢٥)(٢٥-٢٥) = ١٥٠$ مترا مربعا لكن لما كان في هذه الحالة النصوصة المثلث $ا-سمه$ قائم الزاوية لكون مربع اكبر اضلاعه يساوي مجموع مربعي الضلعين الاخرين كان الاسهل في تحديد سطحه ان يضرب احد ضلعي الزاوية القائمة في نصف الاخر كما في بند (٧٢) فاذن يحصل كما تقدم
سطح $ا-سمه = \frac{١٥ \times ٢٥}{٢} = ١٥٠$ مترا مربعا
• (دعوى للحل) •

(١١٨) قد استعملنا طريقة الجبر في حل المسئلة السابقة لانه في الغالب اقرب الطرق واوثقها في التوصل في الهندسة الى كشف الارتباطات الموجودة بين المقادير المقروضة والمقادير المطلوبة ولذا ذكرنا هنا عدة مسائل اخرى ليتمرن الطالب على حلها بطريق التحليل السابق فنقول
١ اذا كان هنالك مستطيل سطحه ثمانون مترا مربعا وقاضل قاعدته عن ارتفاعه ١١ مترا فما تكون المقادير العددية لهذين الخطين
جوابه ١٦ مترا و ٥ امتار

٢ اذا كانت مساحة شبه المنحرف $= ١٣١٥$ مترا مربعا وقاعدته المتوازيان ١٣ مترا و ٢١ مترا فما يكون ارتفاعه
جوابه ٢٥٢ و ٧٧ مترا

٣ اذا كانت مساحة المثلث المتساوي الاضلاع ٣٨٩٧١ مترا مربعا فما يكون ضلعه
جوابه ٣٥ مترا

٤ اذا كانت مساحة المسدس المنتظم ١٦٦٢٧٢ مترا مربعا فما

يكون ضلعه

جوابه ٨ امتار

٥ اذا كان مجموع ثلاثة اضلاع المثلث القائم الزاوية ١٥٦ مترا ومساحته تساوى ١٠١٤ مترا مربعا فما مقدار كل ضلع من اضلاعه

جوابه ٣٩ مترا و ٥٢ و ٦٥

٦ اذا كان قطعتا وتر على نسبة ٣ : ٥ وكان جزء الوتر الصانع لهاتين القطعتين ١٠ و ١٨ فما يكون مقدار هذا الوتر
جوابه ٧١ و ٢٧ مترا

٧ اذا كانت دائرة مساحتها ١٣٢٦٧٣٢٦ مترا فما يكون نصف قطرها

جوابه ٦٥٠ امتار

٨ ما مساحة دائرة علم ان وترها المرسومين من نقطة من المحيط الى طرفي القطر ١٧ مترا و ٢٣

جوابه ٤٥٦ و ٦٤٢ مترا

٩ ما مساحة قطع دائرة قوسه ٤٣ درجة و ٢٢ دقيقة و ٤٨ ثانية على التقسيم القديم أو ٤٨ درجة و ٢٠ دقيقة على التقسيم الجديد ونصف قطره يساوى ٢٠ مترا

جوابه ٤٢٥ و ١٥١ مترا مربعا

١٠ اذا كانت ثلاثة اضلاع مثلث قدر احدها ٣٠ مترا والثاني ٢٤ والثالث ٢٠ واريد قسمة هذا المثلث الى جزئين متكافئين بخط مواز لأكبر الاضلاع فما مقدار هذا الخط

جوابه خط القسمة = ٢١ و ٢١

١١ اذا كانت ثلاثة اضلاع مثلث على نسبة ٣ : ٧ : ٨ ومساحته ٣٤٠ مترا مربعا فتكون اضلاعه الثلاثة

جوابه ١٦ و ١٧ مترا و ٤٠ و ٤٠ و ٤٥ و ٧٦

١٣ ما نسبة مساحة ذى الاثنى عشر المنتظم المرسوم فى الدائرة الى مساحة المربع المرسوم عليها

جوابه ذوالاثنى عشر المرسوم فى الدائرة هو ثلاثة ارباع المربع المرسوم عليها

(المقالة الثانية وفيها عدة فصول)

(الفصل الاول)

فى خواص المستويات التى تتلاقى وخواص الخطوط المستقيمة المقطوعة بمستويات متوازية

(١١٩) الفصل المشترك لمستويين خط مستقيم ويبان ذلك ان الخط المستقيم المار بنقطتى الفصل المشترك من مستويين يكون فى كل من المستويين فاذا كان هذا المستقيم هو الفصل المشترك لهذين المستويين

ويمكن بنقطة واحدة او بخط مستقيم واحد مرور عدة غير متناهية من سطوح بمستوية مختلفة

وكل وضع ثلاث نقط او وضع خطين مستقيمين متقاطعين او متوازيين يحدد وضع مستو

ويكون المستقيم عمودا على سطح مستوا اذا كان عمودا على جميع المستقيمت المارة بموقعه فى ذلك المستوى ويلزم منه ان يكون المستوى عمودا على المستقيم وموقع العمود على مستو هو النقطة التى يشترك فيها مع المستوى

والمستقيم يكون موازيا للمستوى اذا لم يمكن تلاقيهما ولو مد الى غير نهاية متوازيين اذا لم يمكن تلاقيهما ولو مد الى غير نهاية

(١٢٠) المستقيم يكون عمودا على مستوا اذا كان عمودا على مستقيمين مارين بموقعه ومرسومين فى ذلك المستوى

ليكن α عمودا على المستقيمين β و γ المرسومين فى المستوى δ كافى (شكل ٩١) فيلزم البرهنة على ان كل مستقيم مثل δ مرسوم فى مستوا واحد من النقطة α يكون عمودا على α بان يقال

من النقطة د المأخوذة كما يراد على د ط بمدة د سم بحيث يكون
د سم = د سم ثم تمديد مستقيمتين اب و اد و اسم فالثالث د اسم
يقيد

$$\overline{ا د} + \overline{ا سم} = \overline{ا د} + \overline{د سم} \text{ نظريته (٨٠)}$$

وكذلك المثلث د سم ط يقيد

$$\overline{د ط} + \overline{سم ط} = \overline{د ط} + \overline{د سم}$$

فإذا طرحنا هذه المعادلة الأخيرة من الأولى واختصرنا بواسطة اخذ ا ط
بدل ا سم - د ط و ا ط بدل ا سم - سم ط اللذين افادهما
المثلثان ا سم ط و ا سم ط يحصل

$$\overline{ا ط} = \overline{ا د} - \overline{د ط} \text{ فاذن } \overline{ا ط} + \overline{د ط} = \overline{ا د}$$

فاذن يكون المثلث ا د ط قائم الزاوية في ط وبهذا يثبت المطلوب
(١٢١) جميع المستقيمت المأخوذة من نقطة الى مستواقصرها هو
العمود واطولها هو ابعداها عن موقع ذلك العمود

فليكن ط ا من (شكل ٩٢) عمودا على المستوى م ك و ا سم < ا سم
فحيث ان النقطتين د و سم موضوعتان في المستوى م ك يقال اذا
رسمنا من النقطة ا مستقيما اد مساويا اسم وموضوعا في المستوى
ا سم فالثلاثان ا ط د و ا ط سم يكونان متساويين وبمقتضى بند (٢٤)
يقال حيث ان المائل ا سم اكبر من ا د يكون د ط اكبر من ط د لكن
ط د يساوي ط سم بالعمل فاذن ط سم < ط سم فاذن يثبت المطلوب
وننتج من هذا ان النقطة ط التي هو موقع العمود ا ط هي مركز الدائرة
التي ترسم على المستوى م ك بجعل ا مركزا ويبعد نصف قطرها كبر من
ا ط وهذه الخاصية تفيد طريقة تنزيل عمود على مستو من نقطة مأخوذة
خارج هذا المستوى

والبعد الحقيقي من النقطة α الى المستوى M هو العمود $\alpha\mu$
(١٢٢) اذ ارسمنا من موقع عمود على مستو عمودا على خط مرسوم في
هذا المستوى ومددنا خطا مستقيما من موقع هذا العمود الثاني الى اى نقطة
من العمود الاول فان هذا المستقيم يكون عمودا على هذا الخط المرسوم
في هذا المستوى

فليكن كما في (شكل ٩٣) $\alpha\mu$ عمودا على المستوى M و $\mu\tau$
عمودا على الخط $\mu\sigma$ المرسوم في هذا المستوى فيكون $\alpha\sigma$ عمودا على
الخط $\mu\sigma$

نخذ $\sigma\delta$ مساويا $\sigma\epsilon$ واجمع $\sigma\delta$ و $\sigma\epsilon$ فيكون المثلثان
 $\sigma\mu\delta$ و $\sigma\mu\epsilon$ متساويين فاذن $\sigma\delta = \sigma\epsilon$ وكذلك المثلثان
 $\alpha\mu\delta$ و $\alpha\mu\epsilon$ قائما الزاوية اى انهما متساويان فاذن $\alpha\delta = \alpha\epsilon$
فاذن يكون كما في بند (٢٤) المستقيم $\alpha\delta$ عمودا على $\mu\sigma$
(١٢٣) المستقيم العمود على مستو كل خط مواز له يكون عمودا
على ذلك المستوى

ليكن كما في (شكل ٩٤) الخط $\alpha\mu$ عمودا على المستوى M و $\sigma\delta$
موازيا $\alpha\mu$ فعلى سمت هذين المتوازيين يرسم مستوي يقطع M في سمت
 $\mu\tau$ وفي هذا المستوى الاخير يمتد $\sigma\epsilon$ عمودا على $\mu\tau$ ويوصل $\alpha\delta$
فبحقضى الدعوى النظرية السابقة يكون $\sigma\epsilon$ عمودا على $\alpha\delta$ وبالعمل
يكون هذا المستقيم عمودا ايضا على $\mu\tau$ فاذن يكون $\sigma\epsilon$ عمودا على
المستوى $\alpha\mu\sigma$ وبناء على ذلك يكون عمودا على الخط $\mu\sigma$ لكن
المستقيم $\sigma\delta$ الموازي $\alpha\mu$ عمود على $\mu\tau$ فاذن هذا المستقيم
يكون عمودا على المستوى M

وننتج من ذلك اولاه انه اذا كان خطان او عدة خطوط موضوعة في مستويات
مختلفة وكانت اعمدة على مستو فان هذه الخطوط تكون متوازية
وثانيا ان كل مستقيمين موازيين لثالث يكونان متوازيين

(١٢٤) كل مستقيم مواز لآخر مرسوم في مستو فهو مواز لذلك المستوي

وذلك ان المستقيم a الموازي للخط cd المرسوم في المستوي m كما في (شكل ٩٥) لا يمكن ان يتلاقى مع ذلك المستوي من غير ان يقطع المستقيم cd وقطعه لا غير ممكن فاذن a يكون موازاً للمستوي m

(١٢٥) كل مستويين عمودين على مستقيم واحد فهما متوازيان وبالعكس اي ان كل مستقيم عمود على احد مستويين متوازيين فهو ايضا عمود على المستوي الاخر

لتفرض كما في (شكل ٩٦) ان kl من المستويين m و n عمود على المستقيم a وانه يمكن تلاقيهما في سمت cd فتعين النقطة o على هذا الفصل المشترك ونصل الخطين ao و bo فالاول وهو ao بصير بتمامه في المستوي m لان a هي موقع العمود a فاذن تكون الراوية a قائمة وبمثل هذا يكون bo موضوعا في المستوي n فاذن الزاوية a قائمة ويلزم من ذلك ان ao و bo يكونان عمودين نأخذ من نقطة واحدة على مستقيم واحد وهذا غير ممكن فاذا المستويان m و n لا يمكن تلاقيهما فاذن هما متوازيان

(١٢٦) الفصلان المشتركان لمستويين متوازيين مقطوعين بمستوي ثالث هما متوازيان

لتفرض كما في (شكل ٩٧) ان المستقيمين a و b هما الفصلان المشتركان للمستوي cd مع المستويين m و n فلو لم يكن هذان المستقيمان متوازيين لكانا بالبداهة متلاقين لكونهما في مستوي واحد يمكن المستويان m و n اللذان فيهما هذان الخطان يتلاقيان ايضا وهذا خلاف الغرض فاذن المستقيمان a و b متوازيان

(١٢٧) المتوازيات الواقعة بين مستويين متوازيين تكون متساوية

كافي (شكل ٩٨)

فاذا توهمنا مستويا $ا ب د ه$ مارا بالمستقيمين $ا ب$ و $س د$ المتوازيين فان الفصلين $ا س$ و $س د$ المشتركين من هذا المستوى مع المستويين $م د$ و $ط د$ المتوازيين يكونان متوازيين فحينئذ شكل $ا ب د ه$ يصير متوازي الاضلاع فاذن $ا ب = س د$

(١٢٨) كل زاويتين ليستا موضوعيتين في مستوي واحد واضلاعهما متوازية ومتجهة الى جهة واحدة تكونان متساويتين ومستوياهما متوازيين

فليكن الضلعان $ا س$ و $س د$ من الزاوية $س$ موازيين على التناظر للضلعين $ا س$ و $س د$ من الزاوية $س$ كافي (شكل ٩٩) • فلنأخذ $ا س = ا س$ و $س د = س د$ فبحسب (٣١) يكون شكل $ا س د$ متوازي الاضلاع فينتج ان $ا ب$ يساوي و $ب د$ يساوي $س د$ وكذلك يقال في $س د$ و $س د$ فاذن يكون $ا ب$ مساويا وموازيا $س د$ بحسب نتيجة (١٢٣) فحينئذ المثلثان $ا س د$ و $ا س د$ من حيث ان لهما ثلاثة اضلاع كل منها مساو لنظيره تكون $س د = س د$ ومن المعلوم ان هذين المثلثين او المستويين المشتملين على هذين المثلثين يكونان متوازيين

(١٢٩) المستقيمان الواقعان بين مستويين متوازيين ينقسمان بمستوي ثالث مواز للمستويين المذكورين الى اجزاء متناسبة

فليكن $ا ب$ و $س د$ المستقيمين فاذا رسمنا مستويا مارا من $ا س$ فان فصليه المشتركين مع المستويين $م د$ و $ز د$ المتوازيين يكونان $ا س$ و $غ د$ كافي (شكل ١٠٠) وكذلك اذا رسمنا مستويا مارا من $س د$ فانه يقطع $ط د$ و $ز د$ على سمت $پ د$ و $ض د$ فليكن المثلثان

أسمه يفيد $أخ : خـ :: مـ ضـ : ضـ$

والثلث $بـ مـ د$ يفيد

$مـ ضـ :: مـ ضـ :: مـ ظ : ظ$

فبسبب النسبة المشتركة التي هي $مـ ضـ : ضـ$ يكون

$أخ : خـ :: مـ ظ : ظ$ وبهذا ثبت المطلوب

(الفصل الثاني)

(في الزوايا الكثيرة السطوح ويقال لها المجسمة)

(١٣٠) الزاوية ذات السطحين هي ميل مستويين

(١٣١) الزاوية ذات السطحين تقاس بالزاوية الحادة من خطين مستقيمين

مرسومين في كل من سطحها وعمودين على فصاهما المشتركة ومجموعين في نقطة واحدة من هذا الخط

فحينئذ الخط $حـ شـ$ الواقع في المستوى $أـ مـ$ عمودا على $أـ بـ$ والخط

$حـ كـ$ الواقع في المستوى $أـ بـ$ عمودا أيضا على $أـ بـ$ تكون الزاوية

$شـ حـ كـ$ الحادة بينهما قياس ميل هذين المستويين كما في (شكل ١٠١)

(١٣٢) كل مستويين يتقاطعان فإنه يكون لهما خواص الخطين

المقاطعين انظر بند (١٤)

كل مستويين متوازيين قطعاً بمستو ثالث يثبت لهما عين الخواص التي

تكون في قطع المستقيمين المتوازيين بمستقيم ثالث انظر بند (٢٩)

(١٣٣) المستقيم العمود على مستوكل مستو يمر به يكون عمودا على

المستوى المذكور

ليرسم كإبراد مستو $أـ بـ$ يمر بالمستقيم $أـ طـ$ الذي هو عمود على المستوى

$مـ دـ$ ويقام من النقطة $طـ$ التي هي موقع هذا العمود عمود $طـ دـ$

في المستوى $مـ دـ$ على الفصل المشترك للمستويين وهو $طـ دـ$ كما في

(شكل ١٠٢) فهذا العمود هو $طـ دـ$ يكون عمودا أيضا على $أـ طـ$ انظر

بند (١٢٠) لكن الزاوية $أـ طـ دـ$ تكون قياس ميل المستويين $مـ دـ$

و ط س ه انظر بند (١٣١) فحيث ان هذه الزاوية قائمة يكون كل من المستويين عمودا على الآخر
وينتج من هذا ان المستويين العمودين على مستوي ثالث يكون الفصل المشترك لهما عمودا على الثالث

(١٣٤) الزاوية الكثيرة السطوح ويقال لها المجسمة هي المسافة غير المحدودة الواقعة بين عدة مستويات مجمعة في نقطة واحدة و اقل الزوايا المجسمة هي المصنوعة من ثلاث مستويات فاذا نلاحظ في كل زاوية مجسمة ثلاثية ستة اشياء هي ثلاث زوايا مستوية وثلاث زوايا ذات سطحين

(١٣٥) مجموع كل اثنين من الزوايا المستوية التي يتركب منها زاوية مجسمة ثلاثية هو دائما كبر من الثالثة

لتكن الزاوية هـ من (شكل ١٠٣) هي المجسمة الثلاثية المركبة من الزوايا ا ح هـ و ا ح هـ و س هـ هـ المستوية فاذا كانت الزوايا المستوية متساوية فالدعوى ظاهرة واذا لم تكن كذلك فلترسم في الزاوية ا ح هـ الاولى مستقيما هـ د بحيث ان الزاوية د ح هـ = س هـ هـ و نأخذ هـ د = هـ هـ ونرسم كما يراد من النقطتين س هـ و د مستويا ا س هـ فالثلثان د ح هـ و س هـ هـ يكونان متساويين لان في كل منهما زاوية وضلعين كل منهما مساو ولنظيره من الآخر فاذا ن د = س هـ لكن ا س هـ + س هـ < ا د + د هـ فاذا طرحنا من كل من الطرفين س هـ = د هـ ينتج ان ا س هـ < ا د فحينئذ يكون في كل من المثلثين ا ح هـ د و ا ح هـ هـ زاوية مباينة للآخرى داخلية بين ضلعين مساويين لنظيريهما من الاخر فبقتضى بند (٢١) يكون ا ح هـ د > ا ح هـ هـ فاذا اضفنا لاحد الطرفين زاوية د ح هـ والطرف الاخر مساوية لها وهي س هـ هـ نحصل

$$ا ح هـ د + د ح هـ > ا ح هـ هـ + س هـ هـ$$

وبهذا يثبت المطلوب

(١٣٦) مجموع الزوايا المستوية التي يتركب منها زاوية مجسمة محدبة

او ذات اضلاع بارزة هو دائما اصغر من اربع زوايا قائمة

فاقطع الزاوية α المجسمة بمستوئامثل $ا ب د هـ$ كما في (شكل ١٠٤) وارسم من النقطة $و$ المفروضة في هذا المستوى مستقيمت $ا و$ و $ب و$ الخ فمجموع زوايا المثلثات $ا ب و$ و $ب د و$ و $د هـ و$ الخ المشتركة الرأس في النقطة $و$ يكافئ مجموع زوايا مثلثات عدتها $ن$ كعدتها وهي $ا و ب$ و $ب و د$ الخ المصنوعة حول الرأس $و$ وفي النقطة $ا$ مجموع الزاويتين $ا ب و$ و $ا د هـ$ اكبر من الزاوية $ا ب د$ الثالثة وكذلك في النقطة $ب$ يكون $ا ب د$ $ب د هـ$ و $ا د هـ$ وهكذا فبالضرورة يكون مجموع الزوايا التي في قاعدة المثلثات $ا ب د$ و $ا د هـ$ و $ب د هـ$ الخ اكبر من مجموع الزوايا التي في قاعدة المثلثات التي رؤسها في $و$ فاذن يكون مجموع الزوايا التي حول النقطة $و$ اصغر من مجموع الزوايا التي حول $و$ التي تساوي اربع زوايا قائمة

(١٣٧) الزاويتان المجسمتان المتككوتان من ثلاث زوايا مستوية

ومتساوية على التناظر ومرتبعة على وضع واحد تكونان متساويتين ويمكن

انطباق احدهما على الاخرى

فلتكن α و β من (شكل ١٠٥) هما الزاويتان المجسمتان من النقطة

$ا$ المأخوذة كما يراد على الضلع $ا ب$ نرسم $ا ب$ و $ا د$ عمودين على

$ا ب$ و $ا د$ ثم تنزل من النقطة $ا$ ايضا على المستوى $ا ب د$

عمودا $ا ط$ ونصل $ط$ التي هي موقع هذا العمود بالنقطتين $ب$ و $د$

ثم نأخذ $\alpha = \beta$ ونعمل هذا العمل بعينه في الزاوية β

فالمثلثان $ا ب د$ و $ا د هـ$ القائم الزاوية احدهما في $ب$

والاخر في $د$ يكونان متساويين وايضا المثلثان $ا ب د$ و $ا د هـ$

و $\alpha = \beta$ يكونان متساويين فحينئذ $ا ب د = ا د هـ$

و $\alpha = \beta$ و $ا ب د = ا د هـ$ و $ا ب د = ا د هـ$

و $\alpha = \beta$ و $ا ب د = ا د هـ$ و $ا ب د = ا د هـ$

وايضا

وابضا بمقتضى بند (١٢٢) تكون الزاويتان $\text{صه} - \text{ط} و \text{صه} - \text{ط}$ قائمتين اذا تقر ذلك فذوا ربعة الاضلاع $\text{صه} - \text{ط} - \text{سه} - \text{طسه}$ يساوي ذا اربعة الاضلاع $\text{صه} - \text{ط} - \text{سه} - \text{طسه}$ لانه يمكن انطباق احدهما على الاخر بالتحرير فاذن $\text{ط} - \text{ط} = \text{ط} - \text{ط}$ و $\text{ط} - \text{ط} = \text{ط} - \text{ط}$ فينتج من ذلك ان المثلثين $\text{ا} - \text{ط} و \text{ا} - \text{ط}$ القائمي الزاوية احدهما في ط والاخر في ط متساويان فاذن الزاوية $\text{ا} - \text{ط} = \text{ا} - \text{ط}$ لكن الزاوية $\text{ا} - \text{ط}$ هي مقياس ميل المستويين $\text{صه} - \text{ا} و \text{صه} - \text{سه}$ وكذلك الزاوية $\text{ا} - \text{ط}$ هي مقياس ميل المستويين $\text{صه} - \text{ا} و \text{صه} - \text{سه}$ فاذن هذان الميلاق يكونان متساويين فاذن الزاويتان $\text{صه} و \text{صه}$ المجسمتان يمكن انطباقهما

(١٢٨) الزوايا المستوية التي يتركب منها زاوية مجسمة ثلاثية يمكن ان تكون موضوعة على وضع منعكس وان يبرهن ايضا على انها متساوية في جميع اجزائها لكن هذه الزوايا لا يمكن انطباق بعضها على بعض ويقال لهما تماثلة (انظر هندسة ليراندرو)

* (الفصل الثالث) *

في الاجسام المنتهية بعدة مستويات وفي بعض خواصها

(١٣٩) المسافة المغلوقة من جميع جهاتها بعدة مستويات تسمى مجسمة والاقول ان تسمى جسما كافي (شكل ١٠٦)

واقل ما تحدده المسافة من جميع جهاتها اربع مستويات وتسمى المسافة في هذه الحالة هرمًا مثلثيا مثال ذلك الجسم المرسوم في (الشكل ١٠٣) وهو $\text{صه} - \text{ا} - \text{سه}$

وتقاطع السطحين المتجاورين من الجسم يسمى ضلع الجسم فينبذ ص ١٠٦
هو ضلع الهرم ص ١٠٦

وكل جسم احد سطوحه كثير الاضلاع وباقي سطوحه مثلثات رؤسها في نقطة
واحدة يسمى هرمًا

والاجسام تسمى باسماء مختلفة بالنسبة لعدد سطوحها ووضع تلك السطوح
فالمتشور كل جسم واقع بين سطحين متقابلين متساويين ومتوازيين وباقي
سطوحه تكون متوازية الاضلاع كما في (شكل ١٠٧)

والمضلغان اسم من أسماء المتقابلان المتساويان في المتشور
يسميان قاعدتي المتشور

والمضلع الذي يعتبر وضع الهرم عليه يسمى ايضا قاعدة الهرم ثم ان كلا من
الهرم والمتشور يسمى ثلاثي ابعاد على حسب كون قاعدته مثلثا او ذا اربعة
اضلاع الخ

وارتفاع المتشور هو العمود النازل من نقطة من احدى قاعدتيه على
الآخرى

وارتفاع الهرم هو العمود النازل من رأس هذا الجسم على مستوى
قاعدته

ومتوازي السطوح كل منشور قاعدته متوازي الاضلاع كما في
(شكل ١٠٨)

ومتوازي السطوح يكون قائم الزوايا اذا كانت جميع سطوحه قائمة الزوايا
والمكعب المنتظم ذو السطوح الستة هو متوازي السطوح الذي جميع
سطوحه مربعات كما في (شكل ١٠٩)

وقطر كل جسم هو المستقيم الواصل بين رأسي زاويتين مجتمعتين غير متجاورتين
(١٤٠) السطحان المتقابلان من متوازي السطوح متساويان وانطار

الاشكال المرسومة من رؤس الزوايا المجسمة الثلاثية ينصف بعضها
بعضا

وذلك لانه بمقتضى تعريف هذا الجسم قاعدتا المتقابلتان وهما $a - b$ و $c - d$ متساويتان و اضلاعهما المتقابلة متوازية ينتج ان الاضلاع $a - e$ و $b - f$ و $c - g$ و $d - h$ متساوية ومتوازية فاذن السطوح المتقابلة وهى $a b c d$ و $e f g h$ تكون ايضا متساوية ومتوازية

فاذا رسمنا قطري شكل مثل $a d$ و $b c$ فنرى انهما يكونان قطري متوازي الاضلاع $a b c d$ وهذان القطران ينقسمان بمتصف واحد هما للآخر الى قسمين متساويين فى النقطة e لان المثلثين $a e d$ و $b e c$ متساويان لان فى كل منهما ضلعا مساويا لتظيره ومجاورا لزاويتين متساويتين فاذن يثبت المطلوب

وعما ينبغى التنبيه عليه ان الزاويتين a و b الجسمتين الثلاثيتين المتقابلتين تكونان متماثلتين وان المنشورين $a - b - c - d$ و $e - f - g - h$ الثلاثي الزوايا المركب منهما المنشور الكامل يكونان متكافئين ولو كانت سطوح احدهما موضوعة على عكس وضع سطوح الاخر وان اردت البرهنة التامة على هاتين القضيتين فعليك بهندسة ليژاندر او لاكرواس

* (شروط تساوى ذوات السطوح الثلاثة والمناسير) *

* (خاصية القطوع المصنوعة فى هذه الاجسام) *

(١٤١) كل هرمين ثلاثيين زواياهما المجسمة الثلاثية المتناظرة مركبة من مثلثات متساوية وموضوعة على طريقة واحدة يكونان متساويين والهرمان الثلاثيان يكونان ايضا متساويين اذا كان فى كل منهما زاوية ذات سطحين مساوية لتظيرتها من الاخر ومحصورة بين سطحين متساويين على التناظر وموضوعتين على طريقة واحدة

والمنشوران يكونان متساويين اذا كان فى كل منهما زاوية مجسمة ثلاثية محصورة بين ثلاث مستويات متساوية على التناظر وموضوعة على وضع واحد

وهذه الدعوى الثلاث يسهل بيانها بالانطباق

(١٤٢) اذا قطع منشور بمستوى مواز لقاعدته فالقطع الحاصل يساوى هذه القاعدة

وذلك لان مستوى القطع $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د من (شكل ١٠٧) حيث

نكون موازيا للقاعدة $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د فالتوازيات $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د تكون واقعة بين مستويين متوازيين فهي بالضرورة متساوية فحينئذ جميع

الاشكال $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د متوازية الاضلاع وايضا الزاويتان

$أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د هما متساويتان لان اضلاعهما متوازية واتقراجهما

متجهان الى جهة واحدة وكذلك كل زاويتين مثل $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د فاذن

القطع $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د يساوى القاعدة $أ-ب-ج$ د

(١٤٣) اذا قطعنا هرما بمستوى مواز لقاعدته فان كلا من اضلاعه

وارتفاعه يكون منقسما على نسبة واحدة والقطع يكون مضلعا مشابها

للقاعدة

ليكن $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د القطع المصنوع في الهرم $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د كافي

(شكل ١١١) فحيث كانت المستقيمان $أ-ب-ج$ د $أ-ب-ج$ د و $أ-ب-ج$ د و $أ-ب-ج$ د الخ

متوازية بمقتضى بند (١٢٦) فالزاويتان $أ-ب-ج$ د و $أ-ب-ج$ د تكونان

متساويتين والمضلع $أ-ب-ج$ د يكون متساوى الزوايا مع المضلع $أ-ب-ج$ د

وايضاً بمقتضى عمدة (بند ٤٦) يكون

$أ-ب-ج$ د : $أ-ب-ج$ د :: $أ-ب-ج$ د : $أ-ب-ج$ د

فاذن اضلاع المضلع $أ-ب-ج$ د تكون متناسبة مع تقاطرها من المضلع

$أ-ب-ج$ د فحينئذ يكون هذان المضلعان متشابهين انظر بند (٥٧)

(الفصل

(الفصل الرابع)

(في مساحة احياز المناشير والاهرام)

(١٤٤) المسافة التي يشغلها الجسم تسمى حجما ككما هو المشهور في الاستعمال والافق ان تسمى حيزا اوسع واذا اعتبرنا اتاء او جسماء مجونا فان حجمه يسمى ميالا او معيارا

ويقال للاجسام متساوية الحجم او متكافئة الحجم على حسب امكان انطباق بعضها على بعض او عدمه وعلى حسب تساوي المسافات التي تشغلها تلك الاجسام

(١٤٥) الشكلان المتوازيان السطوح اذا كانا متحدين في القاعدة والارتفاع يكونان متكافئين

ويمكن ان يحدث عن ذلك صورتان متباينتان تباينا حقيقيا وهما ان القاعدتان العلبيان الموضوعتان في مستوي واحد اما ان تكونا واقعيتين بين متوازيين او غير واقعيتين بينهما

فالبرهنة على الصورة الاولى ان يقال ليكن $ABCD$ من (شكل ١١٢) قاعدة مشتركة بين متوازي السطوح $ABCD$ و $EFGH$ المتحدين في الارتفاع وقاعدتا هما العلبيان وهما $EFGH$ و $ABCD$ من حيث انهما واقعيتان بين المتوازيين EF و GH فله يظهر بسهولة ان المنشورين $ABCD$ و $EFGH$ متساويان انظر (بند ١٤١) لكن متوازي السطوح $ABCD$ الاول يكافيء الجسم $ABCD$ فلهذا فلهذا تمامه الا المنشور $EFGH$ الثلاثي وكذلك متوازي السطوح $EFGH$ الثاني يكافيء جميع الجسم $ABCD$ فلهذا فلهذا المنشور $EFGH$ فاذن هذان المتوازيان السطوح متكافئان

واما البرهنة على الصورة الثانية فهي ان متوازي السطوح المذكورين اذا كانت قاعدتا هما العلبيان $ABCD$ و $EFGH$ من (شكل ١١٣) موضوعتين في مستوي واحد وكانت قاعدتهما السفلى المشتركة هي $ABCD$

فان هذين المتوازي السطوح يتكونان ايضا متكافئين لانهما اذا اعتبرنا
في متوازي السطوح $ا ب ج$ ان قاعدته العليا $ا ب ج$ وشبه واقعة مرة
واحدة بين المتوازيين الذين يشتملان على القاعدتين $ا ب ج$ و $د ه و$ ع ك ل م
يكون ايضا مكافئا لمتوازي السطوح $ا ط و$ $ا ل$ فاذا متوازي السطوح
 $ا ط و$ $ا ل$ المائلان الى جهتين مختلفتين والمتحدان في القاعدة والارتفاع
يكونان متكافئين

فينتج من هذا ان كل متوازي سطوح يمكن تحويله الى آخر قائم الزوايا مكافئ
له ومتحد معه في الارتفاع ومكافئ له في القاعدة

(١٤٦) الشكلان المتوازي السطوح القائما الزوايا المتحدان في القاعدة
تكون النسبة بينهما كنسبة ارتفاعيهما

مثال ذلك متوازي السطوح $ا ب ج$ و $ا ل$ القائما الزوايا اللذان قاعدتهما
اسم كافي (شكل ١١٤) فلنقرض اولان ارتفاعيهما وهما $ا ب$ و $ا ع$
على نسبة مشتركة مثل $١٩ : ٧$ فاذا قسمنا $ا ب$ الى ١٩ جزأ متساوية
فان $ا ع$ يشتمل منها على ٧ واذا وصلنا من جميع نقط قسمة الخط $ا ب$
مستويات توازي اسم $د$ فان متوازي السطوح $ا ب ج$ يكون بالبداية
مركبا من تسعة عشر حجما جزئيا ذات ارتفاع واحد وقاعدة واحدة
ومتوازي السطوح $ا ل$ يكون ايضا مركبا من ٧ من هذه الحجوم الجزئية
فان هذان المتوازي السطوح يتكون النسبة بينهما $١٩ : ٧$
وبهذا ثبت المطلوب

فاذا كان الارتفاعان $ا ب$ و $ا ع$ على نسبة متباينة فحجما الجسمين
 $ا ب ج$ و $ا ل$ يتكونان ايضا على نسبة الارتفاعين ويستعمل في بيان ذلك
طريقة برهنة بند (٣٨)

(١٤٧) المتوازي السطوح القائما الزوايا اللذان لهما ارتفاع واحد
نسبتهما كنسبة قاعدتيهما

ولاجل بيان هذه الدعوى نقرض ان متوازي السطوح $ا ب ج$ و $د ه و$ المتحدان

في الارتفاع $ا$ $ا$ لهما سطحان $د$ و $هـ$ متجاوران وداخلان بين المتوازيين $د$ و $هـ$ كافي (شكل ١١٥) فاذا مددنا المستقيمين $م$ و $ع$ الى $ط$ والى $ر$ فانه يحدث متوازي سطوح $د$ يكون متحد القاعدة مع متوازي السطوح $ا$ و $ع$ فيقتضي الدعوى السابقة يحصل

$$\text{الحجم } د : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{والحجم } ع : \text{الحجم } د : :: ع : هـ : هـ -$$

فاذا ضربنا هاتين التناسبتين على الترتيب وحذفنا المكرر المشترك وهو حجم $د$ نحصل

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

$$\text{الحجم } ع : \text{الحجم } ا : :: ع : هـ : ا -$$

ضرب ابعاده الثلاثة في بعضها وذلك لاتنا اذا اعتبرنا ان احدا اضلاع المكعب وحدة مقياس خطي وان الاضلاع الثلاثة المتصلة من متوازي سطوح آخر قائم الزوايا هي مقدار هذه الوحدة ٣ مرات و ٥ و ٩ فان هذين الجسمين تكون النسبة بينهما كنسبة ١ : ١٣٥ او يقال والمعنى واحد ان المكعب المعتبر وحدة مقياس جسمي يكون داخلا ١٣٥ مرة في متوازي السطوح وهذا معنى القول بطريق الاختصار ان حجم متوازي السطوح القائم الزوايا يساوي الحاصل من ضرب اضلاعه الثلاثة المتصلة في بعضها او الحاصل من ضرب قاعدته في ارتفاعه فينشذ حجم المكعب المنتظم ذي السطوح الستة يساوي مكعب احدا اضلاعه

(البرهان الثاني) ان يقال يمكن ان نبرهن على هذه القضية من غير واسطة في صورة ما اذا كانت ابعاد متوازي السطوح القائم الزوايا على نسبة مشتركة بفرض ان ضلع المكعب المأخوذ وحدة مقياس داخلا ٥ مرات في الطول اء و ٣ مرات في العرض اء و ٨ مرات في الارتفاع اء فن المعلوم انه يمكن وضع ١٥ مكعبا في جميع اتساع القاعدة اء و وضع ٨ مكعبات في سمت الارتفاع اء فاذن المتوازي السطوح القائم الزوايا يشتمل على $15 \times 8 = 120$ فعلى العموم حجم كل متوازي سطوح قائم الزوايا يساوي الحاصل من ضرب قاعدته في ارتفاعه فينتج مما تقدم ان حجم متوازي السطوح ايا كان وكذا حجم المنشور على العموم يساوي الحاصل من ضرب قاعدته في ارتفاعه

(١٤٩) الهرمان الثلاثيان المتكافئان في القاعدة المتحدان في الارتفاع يكونان متكافئين

(البرهان الاول) ان يقال ليكن في احد الهرمين المذكورين وهو اء اء اء من (شكل ١١٧) علة معينة من مناشير زائدة كالمشور اء اء اء ف وعدة معينة من مناشير ناقصة كالمشور ع اء اء اء وكلها ذات ارتفاع واحد وليكن ايضا في الهرم الثاني من المناشير مثل تلك العدة قتيبن

بالسهولة

بالسهولة انه في كل هرم ثلاثي فاضل المنشير الزائدة على المنشير الناقصة
المساوي المنشور الزائد الاول $اسد$ ف $هـ$ يمكن ان يصير اقل من كل
مقدار مفروض وبناء على ذلك ففاضل $ك$ كل هرم ثلاثي عن مجموع المنشير
الزائدة يمكن ايضا ان يصغر كما يراد

اذا تقرر هذا يقال ليكن $ت$ الهرم الثلاثي الذي هو $صه$ $اسه$ و $ت$
الهرم الثلاثي $صه$ $آه$ $سه$ و $ط$ مجموع المنشير الزائدة في الهرم الاول
و $ط$ مجموع المنشير في الهرم الثاني وليكن الهرم الاول $ت$ غير مساو
للهرم الثاني $ت$ فحينئذ يكون

$$ط - ت > ت - ت \text{ فاذن يكون } ط > ت$$

وحيث ان $ط = ط$ يكون $ط > ت$ وهذا محال لان مجموع المنشير
الخارجة هو بالضرورة اكبر من الهرم الثلاثي المناظر لها فاذن الهرمان
التلامي ان لا يمكن ان يكونا غير متساويين في الحجم
البرهان الثاني ان يقال ينتج من دعوى بند (١٤٣) اننا اذا قطعنا الهرمين
المفروضين بمستويات موازية للقاعدتين على ابعاد متساوية فان القطوع
المتناظرة تكون متكافئة فاذا توهمنا في كل واحد من هذين الهرمين عدة
مناشير متحدة غير متناهية فالتى تنسب لهرم تكافى حجمه فينتج من هذا ان
هذين الهرمين يكونان متكافئين

(١٥٠) ذو السطوح الثلاثة يكافى ثلث المنشور الثلاثي الذي هو مثله
في القاعدة والارتفاع

فليكن $اسه$ $ف$ من (شكل ١١٨) هو ذو السطوح الثلاثة المطلوب
ولنقسم المنشور $اسه$ $ف$ ونرسم من النقطة $ا$ و $ب$ و $هـ$
مستويا $اف$ $هـ$ يقسم الهرم $اسه$ $ف$ الرباعي الى الهرمين $اسه$ $ف$
و $اسه$ $ف$ الثلاثيين

فالهرمان $اسه$ $ف$ و $اسه$ $ف$ حيث انهما متحدان في الارتفاع

ومتساويان في القاعدتين $ا س د$ و $د ع ف$ فهما متكافئتان وكذلك الهرمان $د ا ع ف$ و $ا ب ع ف$ متكافئتان لان قاعدتيهما المتساويتين $ا د ع$ و $ا ب ع$ موضوعتان على مستو واحد ورأساهما في نقطة واحدة وهي $ف$ فاذن الاهرام الثلاثة التي يتركب منها المنشور تكون متكافئة فاذن الهرم $ا س د ف$ هو ثلث المنشور المتحد معه في القاعدة والارتفاع فينتج من هنا ومن غرة (١٤٨) نتيجة هي ان الهرم الثلاثي $ب ل و$ وكل هرم من حيث هو مساحته ثلث الحاصل من ضرب قاعدته في ارتفاعه

مثال ذلك الهرم $ص ه ا س د ع$ الجاسي $ك$ كما في (شكل ١١٩) فانه يساوي مجموع الاهرام الثلاثة الجزئية وهي $ص ه ا س د$ و $ص ه ا د ع$

(١٥١) كل هرم ثلاثي مقطوع بمستو مواز لقاعدته فهو مكافئ لثلاثة اهرام يكون ارتفاعها هو ارتفاع المقطوع وتكون قاعدة احدها هي قاعدة المقطوع السفلي وقاعدة الثاني هي قاعدة المقطوع العليا وقاعدة الثالث وسط متناسب بين هاتين القاعدتين

فندرس من النقطة $س$ التي هي رأس احدى زوايا قاعدة المقطوع العليا $س د$ من (شكل ١٢٠) موازيا للضلع $ا ا$ ونصل خطين $د ب$ و $ا ب$

فن المعلوم اولا ان الهرم المقطوع $م ك ب$ من ثلاثة اهرام كاملة وهي $ا س د س$ و $ا س ه س$ و $ا س ب س$ لان قاعدة الاول هي المثلث $ا س د$ وقاعدة الثاني المثلث $ا س ه$ وارتفاع كل منهما هو ارتفاع المقطوع واما الهرم $ا س ب س$ الثالث فقاعدته المثلث $ا س ب$ ورأسه في $س$ فحينئذ هو مكافئ لهرم اخر يكون مثله في القاعدة ورأسه في $د$ بسبب ان $س د$ مواز $ا ا$ لكن حيث ان هذا الهرم الاخير $ب م د$ ك ان تعتبر قاعدته

المثلث $اـد$ ورأسه النقطة $ـ$ يمكن ان يكون ايضا في الارتفاع
مثل المقطوع فاذن بقي علينا ان نبين ان المثلث $اـد$ هو وسط متناسب
بين $اـسـه$ و $اـسـه$ فحيث ان المثلثين $اـد$ و $اـسـه$ المتحدين
في الارتفاع نسبتهما كسبة قاعدتيهما $اـد$ و $اـسـه$ يحصل
 $اـد : اـسـه :: اـد : اـسـه$ ثم تربيع هذه المتناسبة فيجاءت
 $اـد : اـسـه :: اـد : اـسـه$

وايضا المثلثان $اـسـه$ و $اـسـه$ المتشابهان يفيدان هذه المتناسبة
 $اـسـه : اـسـه :: اـسـه او اـد : اـسـه$

فبسبب النسبة المشتركة يكون $اـد : اـسـه :: اـسـه$
:

فاذن $اـد = اـسـه \times اـسـه$ او $اـسـه : اـد :: اـد$
:

وهذا الحاصل هو تمام بيان القضية المذكورة
وهذه الخاصية المذكورة للهرم الثلاثي المقطوع هي ايضا موجودة في كل هرم
مقطوع على موازاة القاعدة

(١٥٢) اذا قطع منشور ثلاثي بمستو مائل على قاعدته فالجسم الباقي
يكون مكافئا لمجموع الاهرام الثلاثة التي تكون قاعدتها قاعدة المنشور
وتكون رؤسها رؤس زوايا القطع

ليكن $دـفـه$ غير مواز $اـسـه$ كما في (شكل ١٢١) فاذا رسمنا مستويين
 $اـفـه$ و $اـفـه$ فالمنشور الثلاثي يصير بالبداهة منحل الى ثلاثة اهرام
قاعدة الاول $اـسـه$ ورأسه نقطة $ف$ والثاني وهو $اـفـه$ الذي
قاعدته $اـفـه$ ورأسه $ف$ يكافئ الهرم $اـسـه$ الذي رأسه $سـه$

لكن هذا الهرم الأخير يمكن ان تكون قاعدته $A-B-C$ ورأسه D
والثالث وهو الهرم $A-B-C$ يمكن ان يتغير اولاً الى هرم $A-B-E$ ثم هذا
الأخير يمكن ان يتغير الى $A-B-F$ لكن الهرم $A-B-C$ يمكن ان تعتبر
قاعدته $A-B-C$ ورأسه D فاذن المنشور $A-B-C-D$ في المقطوع
ينحل كما هو منطوق الدعوى

فاذا كانت الاضلاع AD و BE و CF و AG اعمدة على القاعدة
 $A-B-C$ فحجم المنشور يكون بالضرورة $= A-B-C \times \frac{AD+BE+CF+AG}{4}$
ومنه ينتج ان مساحة $ABCD$ كل منشور ثلاثي هي المماسل من ضرب
القطع العمودي على الاضلاع الثلاثة المتوازية في ثلث مجموع هذه الاضلاع
بعينها

(الفصل الخامس)

(في تشابه المجسمات)

(١٥٣) كل جسمين منتهيين بمستويات يقال لهما متشابهان اذا كانا
داخليين تحت عدة واحدة من مستويات متشابهة وكانت زواياهما المجسمة
متساوية على التناظر

فينتج من هذا التعريف ان الجسمين المتشابهين اضلاعهما المتناظرة تكون
متناسبة وسطوحهما المتناظرة تكون نسبتها الى بعضها كنسبة مربعات
الاضلاع المتناظرة وينتج من ذلك ايضا ان هذين الجسمين يمكن انحلالهما
الى عدة واحدة من الاهرام الثلاثية المتشابهة على التناظر والموضوعة على
وضع واحد

وهاتان النتيجةتان مبرهن عليهما بالتدقيق في هندسة ليژاندر وهندسة
لاكورواس وتفصيل ذلك هنا لا يحمله هذا المختصر

(١٥٤) كل هرمين متشابهين فالنسبة بينهما كنسبة مكعبات اضلاعهما
او خطوطهما المتناظرة

وبرهان ذلك ان يقال حيث انه في المجسمات المتشابهة تكون النسبة بين

سطوحهما

تطوحيهما المتناظرة كالتسوية بين مربعات خطوطهما المتناظرة
 فإذا فرضنا أن $صه ط$ و $صه ط$ من (شكل ١٢٢) ارتفاعان
 متناظران للهرمين $صه ا-صه$ و $صه ا-صه$ يكون
 $ا-صه : ا-صه :: صه ط : صه ط$
 فإذا ضربنا هذه التناسبة في

$$صه ط : صه ط :: صه ط : صه ط$$

ينحصل

$ا-صه \times صه ط : ا-صه \times صه ط :: صه ط : صه ط$
 لكن $ا-صه \times صه ط$ هو مساحة حجم الهرم $صه ا-صه$ و $ا-صه$
 $\times صه ط$ هو ايضا مساحة حجم الهرم $صه ا-صه$ فاذن هذان
 الهرمان المتشابهان تكون النسبة بينهما كنسبة مكعبى ارتفاعيهما او كنسبة
 مكعبات اضلاعهما المتناظرة
 ومن هنا يمكن ان يبرهن كما فى طريقة (بند ٨٢) على ان الجسمين المتشابهين
 تكون النسبة بينهما كنسبة مكعبات اضلاعهما المتناظرة

(الفصل السادس)

(فى الاجسام المستديرة وخواصها الاصلية)

(١٥٥) الاجسام المستديرة هى الحاصلة من حركة سطح مستوي توهم
 دورانه حول خط مستقيم ويبحث فى الهندسة الاصلية عن ثلاثة اجسام
 مستديرة وهى الاسطوانة القائمة والمخروط القائم والكرة
 فالاسطوانة القائمة هى جسم زائى من دوران شكل مستطيل حول احد
 اضلاعه المسمى بسبب ذلك محورا وفى هذا الدوران الضلعان العمودان على
 المحور برسمان دائريين متساويين تسميان قاعدتي الاسطوانة فيثبت

الاسطوانة $ا$ قاعدتاها الدائرتان $ا$ و $ا$ ومحورها المستقيم $ا$ بمه $ا$.

وعلى كل حال فكل مستقيم فرضناه يدور حول منحن ايا كان ويبقى دائما موازيا لوضعه الاصلى فانه يتولد منه سطح اسطوانى فاذا كان المنحن الذى يرشد هذا المستقيم المسمى مولدا دائرة وكان ذلك المولد ما تلا على مستوى هذه الدائرة كانت الاسطوانة مائلة.

ومن المعلوم ان قاعدتي الاسطوانة المتوازيتان تكون جميع القطوع الموازية لهما دوائر كل واحدة منها تساوى احدى هاتين القاعدتين ومن المعلوم ايضا ان كل قطع يمر بالمحور متوازى الاضلاع

(١٥٦) المخروط القائم هو الجسم المتولد من دوران المثلث القائم الزاوية على احد اضلاعه الزاوية القائمة المسمى بسبب ذلك محورا فينشذ $ا$ من (شكل ١٢٤) هو محور المخروط $ا$ $ا$ $ا$ القائم وانحط $ا$ $ا$ الذى يتولد منه السطح المنحنى لهذا المخروط يسمى مولدا .

وقاعدة هذا الجسم هي الدائرة $ا$ $ا$ المرسومة بالخط $ا$ $ا$ الذى هو ضلع المثلث $ا$ $ا$ $ا$ المولد ورأسه هي النقطة $ا$ $ا$

وبالجملة فكل مستقيم فرضناه يدور من نقطة حول منحن ايا كان فانه يولد سطحاً مخروطياً فاذا كان المنحنى الذى يرشد حركة المولد دائرة ولم يكن المحور عمودا على مستوى هذا المنحنى سمي المخروط مائلا فاذا قاعدته دائرية انظر (شكل ١٢٥)

فينتج من تولد المخروط اولا ان كل قطع مواز للقاعدة دائرة وثانيا ان كل قطع مصنوع بالمحور مثلث

وحيث ان الدوائر اشكال متشابهة بمقتضى بند (٨٣) وان انصاف اقطار القطوع المذكورة نسبتها الى بعضها كنسبة ابعاد مراكزها عن رأس المخروط ينتج ان سطوح القطوع الدائرية نسبتها الى بعضها كالنسبة بين مربعات هذه الابعاد فاذا

الدائرة ا ب : الدائرة آ ب :: ج ه ا : ج ه آ

فبتحصل قطوع هي منحنيات مختلفة بحسب وضع المستوى القاطع بالنسبة للضلع ج ه - من المخروط وتفصيل هذه المنحنيات مع البحث فيها من مباحث علم تطبيق الجبر على الهندسة

(١٥٧) الكرة جسم منه بسطح منحني جميع نقطه على بعد واحد من نقطة داخله تسمى مركزا

ويمكن ان يتوهم ان الكرة حاصلة من دوران نصف دائرة حول قطرها فينتد كل قطع كرة مصنوع بمستوا مار بالمركز فهو دائرة مساوية للدائرة المولدة * مثال ذلك الدائرة ا ب - التي مركزها م ه فان مركزها مركز الكرة وهذه الدائرة تسمى ايضا دائرة عظمى للكرة

وعلى كل حال فكل مستو قطع كرة يقطع سطحها على محيط دائرة

والدائرة الصغرى هي التي لا يمر مستويا بالمركز مثالها م د ه ك م وقطب دائرة الكرة هو نقطة في السطح على بعد واحد من جميع نقط محيط هذه الدائرة ومن المعلوم ان الدائرة سواء كانت عظمى او صغرى لها قطبان واقعان على مستقيم عمود على هذه الدائرة ومار بالمركز فينتد النقطة ط هي قطب الدائرة ا ب - العظمى كما انها قطب الدائرة م د ه ك الصغرى

وكل دائرتين من الكرة عظميين يتقاطعان ضرورة في جزئين متساويين لان تقاطعهما المار بالمركز هو القطر

وكل نقطتين على الكرة غير متقابلتين بالتقاطر يحددان سمت دائرة عظمى لان هاتين النقطتين ومركز الدائرة تحدد وضع مستو

والجزؤ م ه ا ب - ك م (شكل ١٢٧) من سطح الكرة الواقع بين نصفي دائرتين عظميين متقاطعين يسمى شفة كروية وجزؤ حجم الكرة الداخل بين المستويين م ه ا ب - و م ه ا ب - اللذين هما نصف دائرتين عظميين يسمى

ضلع الكرة

كل ثلاث دوائر تقاطع على الكرة تحدث مثلثا كرويا واضلاع هذا المثلث يمكن ان تحدث من ثلاثة اقواس دوائر عظمى او صغرى لكن في العادة لا يعتبر الا المثلثات الكروية التي اضلاعها تكون اقواس دوائر عظمى كل قوس منها اصغر من نصف المحيط وينتج من ذلك ومن غرة (٣٥) ان مجموع ضلعي المثلث الكروي دائما اكبر من الضلع الثالث وذلك لان الاقواس $ا-ب$ و $ا-ج$ و $ب-ج$ تكون قياسا للزوايا $ا-ب-ج$ و $ا-ج-ب$ و $ب-ج-ا$ المستوية المركبة للزاوية و ذات السطوح التي رأسها مركز الكرة ومجموع كل زاويتين من هذه الزوايا اكبر من الثالثة

والمنطقة جزؤ من سطح الكرة واقع بين مستويين متوازيين هما قاعدتاها فاذا كان احدهما المستويين مماسا لسطح الكرة لم يكن للمنطقة الا قاعدة واحدة وتسمى حينئذ طيلسانا كرويا

والقطعة الكروية جزؤ من حجم الكرة الواقع بين مستويين متوازيين هما قاعدتاها

ومحور المنطقة او القطعة الذي هو ارتفاعها هو البعد بين الدائرتين المتوازيتين اللتين هما قاعدتا المنطقة او القطعة

والقطع الكروي هو جسم متولد من دوران قطع دائرة حول احد نصفي القطرين

والمستوى يكون مماسا للكرة اذا لم يكن مشتركا معها الا في نقطة واحدة كما في (شكل ١٢٩)

ويقال للجسم مرسوم على الكرة اذا كانت جميع سطوحه مماسة لتلك الكرة

(١٥٨) اقصر بعد بين نقطتين على الكرة هو قوس الدائرة العظمى الذي يجمع بين النقطتين

ليكن $ا-ب$ من (شكل ١٢٨) هو قوس الدائرة العظمى الذي يجمع بين

النقطتين $أ$ و $ب$ فلو فرضنا $د$ نقطة من نقاط خطين $أ$ و $ب$.
ثم رسمنا قوسين $دأ$ و $دب$ من دائرتين عظميين واخذنا $ام = دأ$
لكان بمقتضى النمرة السابقة $ام + م - > دب + د$ فإذا
اختصرنا يكون $م - > د$

وحيث كان اقصر بعد من $أ$ الى $د$ يساوى اقصر بعد من $أ$
الى $م$ يكون لكل من البعدين $ام - و دب -$ جزؤ مساو لجزء من
الآخر لكن البعد $دب -$ هو بالفرض اقصر فاذن يكون البعد بين $د$
و $ب$ اقصر من البعدين $م$ و $ب -$ وهذا خلف لأن القوس $دب - <$
من القوس $م -$ فاذن لا يمكن وجود نقطة من اقصر خطين $أ$ و $ب -$
مرسوم على الكرة تكون خارجة عن قوس الدائرة $ام -$ العظمى فاذن هذا
القوس هو اقصر بعد بين طرفيه

ثم ان الزاوية التي تحدث بين قوسى دائرتين عظميين مساوية للزاوية التي تحدث
من مماسى هذين القوسين فى نقطة واحدة * فالزاوية $ت ط ت$ كافي

(شكل ١٢٩) الحادثة من المستقيمين $ت ط و ت ط$ العمودين على
المقطع المشترك بين الدائرتين $ط أ ط و ط أ ط$ والمرسومين فى كل من
الدائرتين هي نفس زاوية هاتين الدائرتين وهذه الزاوية الكروية تكون
قياس القوس $أ أ$ المرسوم من النقطة $ط$ باعتبارها قطبا بين الضلعين
 $أ ط و أ ط$ الممدودين اذا لزم مدهما وبعده نصف قطر مساو للضلع المربع
المرسوم فيها

(١٥٩) كل مستو عمود على نهاية نصف القطر فهو مماس للكرة

فاذا كان المستوى $ت ط ت$ كافي الشكل السابق عمودا على نهاية نصف
القطر $س ط$ فكل نقطة مثل $ط$ مأخوذة على هذا المستوى نصير بالبداهة
خارج الكرة لان $س ت < س ط$ فاذن المستوى $س ط ت$ ليس له

• الاتقطة اشتراك مع سطح الكرة فاذن هو تماس لهذا السطح
فينتج من هذا ان الكرتين المتماسيتين يكون مركزاهما ونقطة تماسهما على خط
مستقيم واحد

* (الفصل السابع) *

* (في مساحة سطح الاجسام المستديرة) *

(١٦٠) كل سطح محدب فهو اصغر من كل سطح آخر يحيط به راكز على
محيطه والمراد بالسطح المحدب هو الذي لا يمكن ان يمر به مستقيم في اكثر من
نقطتين

فليكن W و A من (شكل ١٣٠) السطح المقروض فاذا لم
يكن اصغر من جميع السطوح المحيطة به يفرض ان السطح W A W
اصغر تلك السطوح وان نهاية ما يمكن فيه انه مساو للسطح W A W
ومن نقطة ايا كانت مثل W يمر مستو W A W W A W
فهذا المستوى يلاقى السطح W A W W A W W A W
من السطح هو بالبداية اكبر من السطح المنتهى بهذا السطح فاذن اذا حفظنا
الباقى من السطح W A W W A W W A W
المطروح فيحدث سطح جديد يحيط بالسطح W A W W A W W A W
الاول W A W W A W W A W لكن هذا السطح W A W W A W W A W
اصغر من الجميع فاذن هذا الفرض لا يمكن وقوعه وبهذا يثبت المطلوب
ومن هذا الاصل تنتج نتائج

الاولى اذا كان السطح المحدب المنتهى بمحيطين كالسطوح الاسطوانية مثلا
محاطا بسطح آخر ايا كان منته بهذين المحيطين فان هذا السطح المحاط يكون
اصغر من السطحين الآخرين

الثانية اذا كان سطح محدب مثلا كسطح الكرة يحيط به من جميع جهاته
سطح آخر فان السطح المحاط يكون دائما اصغر من السطح المحيط

الثالثة يمكن توهم مجسم مرسوم على الكرة يختلف سطحه وحجمه قليلا

مّا أمكن عن سطح الكرة وجهها اللذين هما أصغر من سطح الجسم وجمعه
(١٦١) مساحة السطح المنحني لاسطوانة قائمة تساوي حاصل ضرب
محيط قاعدتها في ارتفاعها

ليكن $س$ من (شكل ١٣١) نصف قطر قاعدة الاسطوانة القائمة و $هـ$ -
ارتفاعها فإذا اعتبرنا منشورا $س$ و $هـ$ على تلك الاسطوانة فإنه يمكن تكثير
سطوحه الضلعية الى ان يفضل مجموع سطوحه على سطح الاسطوانة المنحني
بمقدار أصغر من أي مقدار مفروض ففي هذه الحالة محيط قاعدة المنشور
يختلف عن محيط قاعدة الاسطوانة بمقدار يكون أقل من كل مقدار معين
فإذا اشرنا بالحرف $ط$ الى محيط كثير الاضلاع الذي هو قاعدة المنشور
المرسوم الاسطوانة وبالحرف $ف$ للارتفاع المشترك بين المنشور
والاسطوانة فمساحة الجسم الاول الذي هو المنشور من غير ان نعتبر القاعدتين
تكون $ط \times ف$ وهذا المقدار المتغير حيث كان حداه السفليان
 $ح$ و $ف$ يفرضان $ح$ محيط الدائرة $ع$ وان $س$ السطح
المطلوب يكون بمقتضى غرة (٧٥) $س = ح \times ف$

وهذه النتيجة تحقق ايضا اذا لاحظنا ان اتساع سطح الاسطوانة القائمة هو
عبارة عن مستطيل قاعدته وارتفاعه محيط الاسطوانة وارتفاعها
(١٦٢) مساحة السطح المنحني لمخروط قائم تساوي نصف ضلعه مضروبا
في محيط قاعدته

فإذا فرضنا كافي البيان السابق هـ ما متحد الارتفاع مع المخروط و $س$ و $هـ$ -
عليه كان سطح الهرم دائما أكبر من سطح المخروط لانه اذا اسندنا قاعدة
الهرم الى قاعدة هرم آخر مساو له واسندنا ايضا قاعدة المخروط الى قاعدة
مخروط آخر مساو له فإن سطح الهرمين محيط من كل الجهات بـ سطح المخروطين
فان السطح الاول يكون أكبر من الثاني فاذن سطح المخروط أصغر من سطح
الهرم المرسوم عليه

اذا تقرّر هذا يقال اذا اشرنا بالحرف $ف$ الى ضلع المخروط او العمود

النازل من الرأس على أحد اضلاع المضلع المرسوم على القاعدة وكان $\text{ظ}^{\text{ه}}$ محيط هذا المضلع فان سطح الهرم المرسوم على المخروط يكون مساويا $\text{ط} \times \frac{\text{ب}}{\text{ر}}$ لكن هذا المقدار المتغير يكون حدها السفليان $\text{ح} \times \frac{\text{ب}}{\text{ر}}$ و $\text{س}^{\text{ه}}$ يجعل ح محيط قاعدة المخروط و $\text{س}^{\text{ه}}$ السطح المطلوب فاذا حصل بمقتضى بند (٧٥) $\text{س}^{\text{ه}} = \text{ح} \times \frac{\text{ب}}{\text{ر}}$

وانساع السطح المنحنى لمخروط قائم هو بالمشاهدة عبارة عن قطع دائرة نصف قطره يساوى ضلع المخروط وقوسه يساوى محيط قاعدة هذا الجسم (١٦٣) مساحة السطح المحدب من مخروط ناقص قائم ذي قاعدتين متوازيين تساوى نصف مجموع محيطى القاعدتين مضروباً فى ضلع المقطوع فليكن المخروط المقطوع اى المخروط الناقص $\text{ا}^{\text{ه}}$ $\text{س}^{\text{ه}}$ من (شكل ١٣٢) قرسم $\text{ر}^{\text{ه}}$ عمودا على $\text{س}^{\text{ه}}$ و مساويا للمحيط $\text{س}^{\text{ه}}$ ونصل $\text{س}^{\text{ه}}$ ومن النقطة ه نرمس $\text{ك}^{\text{ه}}$ موازيا $\text{ر}^{\text{ه}}$ ومن النقطة م التى هى منتصف $\text{س}^{\text{ه}}$ نرمس ايضا $\text{م}^{\text{ه}}$ موازيا $\text{ر}^{\text{ه}}$ فيحصل من هذا العمل ان $\text{ك}^{\text{ه}}$ يساوى المحيط $\text{س}^{\text{ه}}$ و $\text{م}^{\text{ه}}$ يساوى المحيط $\text{م}^{\text{ه}}$ وذلك لانه بسبب تشابه المثلثين $\text{س}^{\text{ه}}$ $\text{ك}^{\text{ه}}$ و $\text{س}^{\text{ه}}$ $\text{م}^{\text{ه}}$ يكون

$\text{س}^{\text{ه}} : \text{س}^{\text{ه}} :: \text{ك}^{\text{ه}} : \text{م}^{\text{ه}}$:: المحيط $\text{س}^{\text{ه}}$: المحيط $\text{س}^{\text{ه}}$ وايضا بسبب تشابه المثلثين $\text{س}^{\text{ه}}$ $\text{ك}^{\text{ه}}$ و $\text{س}^{\text{ه}}$ $\text{م}^{\text{ه}}$ يكون

$\text{س}^{\text{ه}} : \text{س}^{\text{ه}} :: \text{ك}^{\text{ه}} : \text{ر}^{\text{ه}}$

فاذا المحيط $\text{س}^{\text{ه}}$: المحيط $\text{س}^{\text{ه}}$:: $\text{ك}^{\text{ه}}$: $\text{ر}^{\text{ه}}$ لكن $\text{ر}^{\text{ه}} = \text{المحيط} \text{س}^{\text{ه}}$ فاذا $\text{ك}^{\text{ه}} = \text{المحيط} \text{س}^{\text{ه}}$ وبمثل هذا يبرهن على ان $\text{م}^{\text{ه}} = \text{المحيط} \text{م}^{\text{ه}}$

اذا تقرر هذا يقال حيث ان سطح المثلث $\text{س}^{\text{ه}}$ $\text{ر}^{\text{ه}}$ $\text{ك}^{\text{ه}}$ يساوى سطح المخروط $\text{ا}^{\text{ه}}$ الكامل وان سطح المثلث $\text{س}^{\text{ه}}$ $\text{م}^{\text{ه}}$ $\text{ك}^{\text{ه}}$ يساوى سطح المخروط

صه ف ٤ = كان من المعلوم ان السطح المحدب للمخروط الناقص
ا ٤ ف ٤ = سطح شبه المخرف ٤ ٤ ٤ ٤ ٤ ٤ فاذن هذا السطح من

غير ان ندخل فيه القاعدتين = $\frac{\text{المحيط سم} + \text{المحيط د ٤}}{2} \times \text{سم}$

ويمكن ان يقال ايضا ان السطح المحدب للمخروط الناقص يساوى ضلعه
مضروباً في محيط القطع المعمول على بعد واحد من قاعدتيه لان م ٥

او المحيط م ٥ = $\frac{\text{المحيط سم} + \text{المحيط د ٤}}{2}$

(١٦٤) مساحة السطح المتولد من حركة نصف مضلع منتظم مرسوم
في نصف دائرة يدور على قطرها تساوى حاصل ضرب هذا القطر في محيط
الدائرة المرسومة داخل ذلك المضلع

فليكن ا ٤ سم د ٤ ٥٠٠ سم من (شكل ١٣٣) نصف المضلع المنتظم
المرسوم في نصف الدائرة من النقطتين ٤ و ٤ ومن النقطة ع التي
هي منتصف سم ٤ تقام على القطر ا ٤ عمدة ٤ ٤ و ٤
و ع ٥ ومن النقطة ٤ يرسم سم موازياً ا ٤ ويوصل ع و
باعتبار ٤ مركز المضلع

فحيث ان المثلثين سم ٤ و ع ٥ اضلاعهما المتناظرة متعامدة
فهما متشابهان بمقتضى بند (٥١)

فحينئذ سم ٤ : ع ٥ :: سم : سم : ع ٥ او سم ٤ : المحيط ع و
:: سم : المحيط ع ٥ فبالنتيجة يكون

$$\text{سم} \times \text{المحيط ع ٥} = \text{سم} \times \text{المحيط ع و}$$

والضلع سم ٤ يدورانه حول القطر ا ٤ يتولد منه سطح محدب من
مخروط ناقص مساحته سم ٤ \times المحيط ع ٥ بمقتضى بند (١٦٣)
فاذن مساحته ايضا هي سم \times المحيط ع و

فينتج من هذا ان المنطقة الحادة من دوران احد اضلاع المضلع

مساحتها هي حاصل ضرب ارتفاع هذه المنطقة في محيط الدائرة التي يكون
ع و نصف قطرها فاذن السطح المحدب الكامل يساوي القطر اسم \times
المحيط ع و أي محيط الدائرة المرسومة داخل المضلع
(١٦٥) مساحة سطح الكرة هو الحاصل من ضرب قطرها في محيط دائرة
عظمى

البرهان الاول ان يقال اذا رسمنا على الدائرة العظمى من الكرة مضلعاً منتظماً
ذاعدد زوايا من الاضلاع وهو م ط و ر ضه من (شكل ١٣٤)
فان السطح المرسوم بهذا المضلع تكون مساحته م صه \times المحيط اسم
انظر بند (١٦٤) وهذا السطح اكبر من سطح الكرة سم ا لكن الفاضل الذي
يتيسر ما يمكن ان يصغر كما يراد بزيادة عدة اضلاع المضلع المولد كما يراد انظر بند
(١٦٥) ففي مثل هذه الصورة القطر م صه يزيد على القطر اسم بمقدار
اصغر من كل مقدار مفروض فحينئذ المقادير الثلاثة التي هي م صه \times المحيط
اسم و اسم \times المحيط اسم والسطح صه المطلوب يكون حكمها بحكم
المقادير الثلاثة المذكورة في غرة (٧٥) وهي غ و ا و ب فاذن
صه = اسم \times المحيط اسم

البرهان الثاني ان يقال اذا فرضنا ان سطح الكرة مقسوم الى عدد
لا يحصى من المناطق ذات القواعد المتوازية فان هذه المناطق يمكن ان
نعتبرها من غير خط معتبر مناطق سطح دوراني يكون ارتفاعه قطر الكرة
فحينئذ يجوز ان يوضع هذا السطح موضع سطح الكرة فاذن بمقتضى الدعوى
السابقة سطح الكرة يساوي الحاصل من ضرب قطرها في محيط احدى
دوائرها العظمى

وسطح الدائرة العظمى مساحته هي حاصل ضرب محيط هذه الدائرة في ربع
قطرها و سطح الكرة يساوي الحاصل من ضرب محيط الدائرة المذكورة
في القطر بتمامه فاذا اشرنا بالحرف ر الى نصف قطر الكرة وبالخرف د الى
قطرها وبالخرف ع الى محيط الدائرة العظمى فان سطحها يكون ع د ر

$\text{ع} = \text{د} = \text{ب} = \text{ا} = \text{ب} = \text{د}$ فيسبب ان $\frac{\text{ع}}{\text{د}} = \frac{\text{ب}}{\text{ا}}$ يكون
بمقتضى بند (٧٥) سطح الدائرة هو $\text{ب} = \text{ا}$ فاذن يكون سطح الكرة اربعة
امثال سطح احدى الدوائر العظمى

فينتج من هذا وبطريقة مشابهة لطريقة ثمرة (٧٦) اولا ان سطح كل منطقة
ذات قاعدة واحدة وقاعدتين يساوى حاصل ضرب ارتفاعها في محيط دائرة
عظمى من الكرة التى تنسب اليها هذه المنطقة وثانيا ان سطح الشقة الكروية
يساوى القوس الذى تقاس به زاوية هذه الشقة مضروباً في القطر لان نسبة
الشقة الى سطح الكرة كنسبة قوس هذه الشقة الى المحيط بتمامه

• (الفصل الثامن) •

• (في مساحة حجم الاجسام المستديرة) •

(١٦٦) حجم الاسطوانة القائمة او المائلة يساوى حاصل ضرب قاعدتها
في ارتفاعها

فاذا اعتبرنا منشورا مرسوما على اسطوانة $\text{ا} - \text{ب} - \text{ج} - \text{د}$ يختلف حجمه عن حجم
هذا الجسم المستدير باقل ما يمكن كما في (الشكل ١٣١) فان قاعدة المنشور
تكون نهايتها قاعدة الاسطوانة فينتد اذا اشرنا بالحرف ط الى
سطح المضلع المرسوم على قاعدة الاسطوانة وبالحرف ف الى ارتفاع
هذا المنشور الذى قاعدته هي هذا المضلع فان حاصل $\text{ط} \times \text{ف}$ يكون
مساحة حجم هذا الجسم ويكون حذاء الاسفلان السطح $\text{ا} \times \text{ف}$
و م اى حجم الاسطوانة فاذن المساحة الحقيقية لهذه الاسطوانة تكون
 $\text{م} = \text{السطح ا} \times \text{ف}$

(١٦٧) حجم كل مخروط مساحته هي الحاصل من ضرب قاعدته
في ثلث ارتفاعه

فليكن ط سطح المضلع المرسوم على قاعدة المخروط و ف ارتفاع
هذا الجسم كما في (شكل ١٢٥) فيتصور ان حجم الهرم الذى قاعدته

هذا المضلع المذكور وارتفاعه هو ارتفاع المخروط يمكن ان يزيد عن حجم هذا المخروط باقل ما يمكن وحجم الهرم $= ط \times \frac{ب}{٣}$ فحينئذ اذا كان م هو المساحة الصحيحة للمخروط وكان اسمه هو نصف قطر قاعدته كان حاصل $ط \times \frac{ب}{٣}$ حدها الاسفلان هما السطح اسمه $ط \times \frac{ب}{٣}$ و م فاذن يحصل م $=$ السطح اسمه $ط \times \frac{ب}{٣}$

(تنبيه) يمكن ان يبرهن ايضا بالسهولة على القضيتين النظريتين السابقتين بملاحظة ان نأخذ عوضا عن قاعدة الاسطوانة مضلعا منتظما مرسوما عليها اذ اعد اضلاع شخيم متناهية ونعتبر هذا المضلع قاعدة منشور مثل الاسطوانة في الارتفاع فان هذا المنشور يمكن ان يؤخذ بدل الاسطوانة وكذلك يمكن ان نجعل عوضا عن المخروط هرم مرسوم عليه يكون مثله في الارتفاع فاذن الخ

(١٦٨) حجم المخروط الناقص يكافئ ثلاث مخاريط كاملة يكون كل واحدة منها مثل المخروط الناقص في الارتفاع وتكون قاعدة احدها قاعدة الناقص السفلي وقاعدة الثاني قاعدته العليا وقاعدة الثالث وسطا متساويين هاتين القاعدتين

ولاجل ادرال صحة هذه الدعوى يكفي ان تصور هرما ناقصا ثلاثيا يكون مثل المخروط الناقص في الارتفاع وتكون قواعده مكافئة لقواعد هذا المخروط لان حجمي هذين الناقصين يكونان حيثئذ متساويين ومساحة احدهما هي مساحة الاخر فاذن تدخل هذه القضية في عمدة (١٥١)

(١٦٩) حجم الكرة يساوي حاصل ضرب سطحها في ثلث نصف قطرها البرهان الاول ان يقال اذا تصورنا ان نصف المضلع وهو م \times ط \times ر \times ص من (شكل ١٣٤) يدور حول القطر ا-ب فان الاضلاع ط \times ر \times ط \times الخ تولد مخاريط ناقصة والضلعين م \times ر \times ص تولدان مخروطين كاملين بحيث ان الكل يولد جسما دائريا مرسوما على كرة نصف قطرها اسمه ولتوهم ايضا مجموعا من اهرام مرسومة على كل من هذه المخاريط ومجموعا آخر من اهرام

رؤسها المشتركة مركز الكرة وقواعدها عين سطوح الاهرام الاولى فينتد حجم
الجسم المرسوم على كرة نصف قطرها a هو الحادث من المجموعين تكون
مساحته $\pi \times r$ يجعل r اشارة لسطح هذا الجسم و r نصف
قطر الكرة وحيث انه يمكن تكثير عدة اضلاع المضلع المولد لجسم الدوران
وكذلك اهرام كل مجموع بحيث ان مجموع جسم الدوران والجسم المرسوم على
الكرة والكرة تختلف بمقدار اقل ما يمكن فالثلاثة مقادير $\pi \times r$ و $\frac{4}{3}\pi r^3$ و $\frac{4}{3}\pi r^3$
و $\pi \times r$ كافية غرة (٧٥) فاذن المساحة الصحيحة لجسم الكرة هي

$$M = \text{السطح } r \times \frac{4}{3}$$

البرهان الثاني ان يقال اذا فرضنا ان سطح الكرة منقسم الى عدة غير متناهية
من مثلثات صغيرة غير متناهية سطوحها قواعد عدة بتسدرها من الاهرام
المشتركة الرأس في مركز الكرة فان حجم كل واحد من هذه الاهرام يساوي
سطح قاعدته مضروباً في ثلث ارتفاعه او في ثلث نصف قطر الكرة فاذا مجموع
حجوم سائر هذه الاهرام او حجم الكرة يساوي حاصل ضرب سطحها في ثلث
نصف قطرها

فاذا اشرنا بالحرف M للقطر فانه يحصل بمقتضى غرة (٧٥) السطح $r =$

$$r \times \frac{4}{3} \text{ وكذلك } M = \frac{4}{3}\pi r^2$$

وينتج ايضا من هذه الاصول المتقدمة ان حجم القطع الكروي مساحته هي
حاصل ضرب المنطقة التي نعتبرها قاعدة له في ثلث نصف القطر

(١٧٠) كل قطعة كروية ذات قاعدة واحدة فهي مكافئة لاسطوانة نصف
قطر قاعدتها ارتفاع هذه القطعة وارتفاعها نصف قطر الكرة الاثلاث
الارتفاع المذكور

وحجم القطعة الكروية Ad كافي (شكل ١٣٥) هو بالبداية يساوي
حجم القطع Ad الكروي ناقصا حجم المخروط As الذي قاعدته هي
قاعدة هذه القطعة

فإذا جعلنا $س = ش$ و $او = ر$ فإن حجم القطع $= سطح$

القطعة الكروية $او = ر \times \frac{1}{4} = ر \times ر \times ش = ر^2 \times ش$

$\frac{1}{4} ر^2 ش$ انظر بند (٦٤ و ١٦٩)

وأيضا حجم المخروط $او = السطح \times \frac{1}{4} = ر \times ش = ر^2 \times ش$

$\times \frac{1}{4} = ر \times ش = ر^2 \times ش = ر \times ش = ر^2 \times ش$

$(ش - ر^2) \times \frac{1}{4} = ش - ر^2$ بمقتضى بند (٥٤ و ٧٥)

فإن حجم القطعة الكروية ذات القاعدة الواحدة $= \frac{1}{4} ر^2 ش - ر^2 \times ش$

$(ش - ر^2) \times ش = ر^2 \times ش - ر^2 \times ش$ فهذا هو برهان

القضية المذكورة

(١٧١) حجم القطعة الكروية ذات القاعدتين المتوازيتين مساحته نصف

مجموع هاتين القاعدتين مضروباً في ارتفاعها إذاً حجم الكرة التي يكون هذا

الارتفاع قطرها

ليكن $د د$ من (شكل ١٣٦) هو القطعة المطلوب مساحتها حجمها

و $م$ منتصف القوس $د م$ و $د = ر$ أي نصف قطر الكرة

و $م = س$ أي ارتفاع القطعة $د م$ و $م د = ش$ أي

ارتفاع القطعة $د م$ و $د = ش$ و $د = ش$ أي نصف

قطري قاعدتي القطعة الكروية المطلوب مساحتها

فالقطعة $د م$ الكروية مساحتها $ب ش = ر \times ش = ر^2 \times ش$ والقطعة $د م$

مساحتها $ب ش = ر \times ش = ر^2 \times ش$ فإذن حجم القطعة $د د$ الكروية

المفروضة هو $م = ر \times ش = ر^2 \times ش = ر^2 \times ش$

ولیکن ظ الارتفاع $د$ من هذه القطعة فيكون $ظ = ش - ش$

ولهذا

ولهذا يصير التعبير السابق هكذا

$$م = ب \cdot ظ \left[\frac{1}{4} (ش^1 + ش^2 + ش^3) - (ش^1 + ش^2) \right]$$

لكن بخاصية الدائرة المذكورة في بند (٥٤) يكون

$$ض^1 = 2 \cdot ش^1 - ش^2 \quad و \quad ض^2 = 2 \cdot ش^2 - ش^3$$

فإذا جمعنا هاتين المعادلتين نحصل

$$ض^1 + ض^2 = 2 \cdot (ش^1 + ش^2) - (ش^1 + ش^3)$$

ومنه ينتج

$$\frac{ض^1 + ض^2 + ش^1 + ش^2}{4} = (ش^1 + ش^2)$$

فإذا وضعنا هذا المقدار موضع المقدار م يكون

$$م = ب \cdot ظ \left[\frac{ض^1 + ض^2}{4} + \frac{(ش^1 - ش^3)}{4} \right]$$

$$= \frac{ب \cdot ظ}{4} + \left(\frac{ب \cdot ض^1 + ب \cdot ض^2}{4} \right)$$

وهذا الحاصل موافق لمنطوق القضية

* (الفصل التاسع) *

في مقابلة الاجسام المستديرة والاجسام المنتظمة ونشابه الاجسام المستديرة

(١٧٢) الاجسام المستديرة المتشابهة هي التي تكون جميع خطوطها المتناظرة متناسبة فحينئذ الاسطوانات وكذلك المخروطات القائمة تكون متشابهة اذا كانت مستطيلاتهما او مثلثاتها القائمة الزوايا المولدة متشابهة فاذن الكرات تكون ضرورة متشابهة ومن هذه المشابهة يلزم ان تكون نسبة سطوح الاجسام المستديرة المتشابهة الى بعضها كنسبة مربعات اضلاعها المتناظرة الى بعضها والنسبة بين حجوماتها كنسبة بين مكعبات اضلاعها المتناظرة

وهذه الخواص يبرهن عليها يبراهين بمأثلة البراهين المذكورة في غمرة
(٨١ و ٨٣)

واذا قابلنا الكرة بالاسطوانة المرسومة عليها علمنا أولا ان السطح المخدب من
هذه الاسطوانة يكافئ سطح الكرة وثانيا ان نسبة السطح بتمامه من الاسطوانة
المرسومة على الكرة الى سطح الكرة كنسبة ٣ : ٢ وهذه النسبة موجودة
ايضا بين حجمي هذين الجسمين

وهذا يعلم بالسهولة من البراهين المقررة في غمرة ١٦١ و ١٦٥ و ١٦٦
و ١٦٩ و بيان ذلك ان يقال أولا حيث كان الارتفاع F للاسطوانة
المرسومة على الكرة $= ٢$ يكون سطحها من غير استماله على القاعدتين
 $= ٢$ $= ٤$ $= ٢$ اي السطح الكروي

وثانيا اذا اضفنا الى هذه المعادلة مقدارى القاعدتين اللتين كل منهما $= ٢$

$$\text{يكون السطح الاسطوانى} = \frac{٢ \cdot ٢}{٢} = ٢$$

$$\text{وثالثا ان حجم الاسطوانة يكون ايضا مقسوما على حجم الكرة} = \frac{٢}{٢} = ١$$

* (حدود الاجسام المنتظمة) *

(١٧٣) قد بقي علينا النظر في الاجسام المنتظمة التى لها خواص غريبة
يعنى الاجسام المنتهية بمضلعات منتظمة متساوية وصناعة زوايا زوجية
متساوية لكن لما كانت هذه الخواص غريبة اكثر من نفعها اقتصرنا
على ان ننبه على ان عدة هذه الاجسام لا يمكن ان تتجاوز خمسة وان قواعدها
لا يمكن ان تكون الا مثلثات متساوية الاضلاع او مربعات او خمسات وهذا
ناشئ من كون مجموع الزوايا المستوية المركبة لكل من زواياها المجسمة يجب
ان يكون اصغر من اربعة زوايا قائمة انظر بند (١٣٦) وهذه هي صورة اسماء

الاجسام المنتظمة

فالجسم المنتظم ذو القواعد الاربعة جميع زواياه مجسمة ثلاثية وسطوحه الاربعة مثلثات متساوية الاضلاع

والجسم المنتظم ذو القواعد الثمانية زواياه مجسمة رباعية وسطوحه الثمانية مثلثات متساوية الاضلاع

والجسم المنتظم ذو العشرين قاعدة جميع زواياه مجسمة خماسية وسطوحه العشرون مثلثات متساوية الاضلاع

والجسم المنتظم ذو القواعد الستة او المكعب زواياه مجسمة ثلاثية وسطوحه الستة مربعات متساوية

والجسم المنتظم ذو الاثنى عشر قاعدة زواياه ايضا مجسمة ثلاثية وسطوحه الاثنا عشر مخمسات منتظمة متساوية

* (ذكر جلة مسائل عملية حلها مبني على جملة من الاصول السابقة) *
الاولى اذا كان ارتفاع هرم ثلاثي ١١ و ٣ متر او ثلاثة اضلاع قاعدته ٦ امتار و ٧ و ٨ فايكون مقدار حجمه

الثانية ما مقدار ضلع ذي السطوح الاربعة المنتظم الذي حجمه ١٥ مكعبا
الثالثة اذا كان مقدار ضلع مخروط قائم ٨ و ارتفاعه ٥ فايكون مقدار سطحه المحذب وحجمه

الرابعة اذا كان نصف قطر قاعدتي مخروط قائم ناقص ٤ و ٥ و ارتفاعه ٦ و كان ضلع هذا المخروط الناقص ٩ فكيف يستخرج مقدار السطح المحذب لهذا الجسم وحجمه

الخامسة اذا كان حجم اسطوانة ٣٦ مترا مكعبا ومحيط قاعدتها ٨ فكيف يستخرج ارتفاعها

السادسة اذا كان حجم كرة ١٣٩ مترا مكعبا فايكون نصف قطرها
(تتبعه) في الاصل مقالة ثالثة ليست من المبادئ في ثني اسقطها ناظر مدرسة

الطوبجية اذ ذاك من التعريب وجرى العمل على ذلك تعلما وتعلما في ذلك الوقت وبهذا صارت المقالة الرابعة في الاصل ثالثة في الترجمة وتحولت غير القضايا والاشكال من الآن فصاعدا ولم يعتبر ما تخلل بين المقالتين

* (المقالة الثالثة) *

* (في التسوية) *

* (الفصل الاول) *

• • • * (في مباحث نظرية) *

(١٧٤) التسوية هي عملية يعرف بها مقدار كون نقطة اقرب من نقطة اخرى الى مركز الارض او ابعد منها وقد تقرر ان الارض التي هي كوكب سيار ليست كاملة التكوير بل بخاصية مركتها على نفسها اليومية كانت على هيئة ناقصة التكوير وكانت منبسطة جهة القطبين ومنبسطة جهة خط الاستواء ومع ذلك لا مانع في عمليات التسوية ان يفرض انها كاملة التكوير وان كل نقطتين او عدة نقط تكون على تسوية واحدة اذا كانت في سطح كروي مواز لسطح المياه الراكدة لان من خاصية السوائل التي سطوحها خالية عن الموانع ان تتشكل بشكل كروي اذا لم تكن مضطربة ولكن نظرا لشدة عظم نصف قطر الارض كان سطح المياه المحصورة في مسافة صغيرة يمكن ان يعتبر انه مستو

وافق المكان هو المستوى المماس لسطح الارض ونقطة التماس هي نفس مكان الراصد وهذا المستوى هو المسمى بالمستوى الافقي والخط الرأسى هو امتداد نصف قطر كرة الارض عمودا على الافق والاجسام المخللة لفعل ثقلها تسقط على سميت هذا الخط

والخط الافقى هو الخط الذى يكون عمودا على الخط الرأسى فاذن هو دائما موضوع على افق الحمل او مواز له

(١٧٥) ويتوصل مباشرة الى معرفة فروق تسوية عدة اما كن بواسطة

خطوط افقية ينسب اليها ارتفاعات هذه الاماكن وانخفاضاتها وهذه الخطوط تكون معينة باعمدة على شاقول او بخطوط شعاعية بصرية ما رجعها بسطح سائل في اسطوانة جزؤها افقي وجزآن رأسان مفتوحا الطرفين او بخط مواز لمحور انبوية اسطوانية من زجاج اعظم جزؤها مملوء ماء صافيا والجزء الباقي مملوء هواء وتكون موضوعة بحيث ان الهواء الذي ثقله الخصاص اقل من ثقل هذا المائع (والذي بهذا السبب يقصد دائما ان يشغل اعلا نقطة من هذه الانبوية) يكون شاغلا وسطها بالتصريف ومن هذا كانت الآلات تسمى ميزاناذا شاقول وميزانا مائيا وميزانا هوائيا .

الشعاع البصرى أ- الافقى كفى (شكل ١٦٥) يسمى خط التسوية المرتبة او الظاهرية وكل خط منح من رسوم على سطح الارض يسمى خط التسوية الحقيقية مثال ذلك القوس اء الارضى

(١٧٦) الجزؤ الخارج سء من القطر سءه هو الذى يسمى فرق

التسوية أ- الظاهرية عن التسوية اء الحقيقية ومن اللازم فى عملية

التسوية تعيين مقدار هذا الارتفاع اذا عرف طول المماس أ- ويتوصل

الى ذلك بالسهولة لانه بمقتضى بند (٥٦) يكون

$$سءه : أ- :: أ- : سء = \frac{سءه}{سءه + سء} = \frac{سءه}{سءه}$$

$$\text{ومنه ينتج } سء + سءه \times سء = سءه$$

ولاجل معرفة المقدار سء بالتدقيق يلزم حل معادلة بدرجة ثانية لكن

هذا الارتفاع دائما صغير جدا بالنسبة للقطر سءه الارضى بحيث

$$\text{ان المعادلة السابقة يمكن ان ترجع من غير خطأ بين الى } سء = \frac{سءه}{سءه}$$

$$\text{اوالى سءه} = \frac{سءه}{سءه} \text{ بالاختصار}$$

وكذلك لاجل مسافة اخرى وهى أ- = أ يكون سء او سءه

$$= \frac{سءه}{سءه}$$

المقالة الثالثة

ومنه ينتج ان نسبة ارتفاعات التسوية الظاهرية الى التسوية الحقيقية هي تقريبا كنسبة مربعات المماسات المتقابلة بل وكلا قواسم التي تتسبب اليها هذه المماسات

فاذا علمنا ان نصف القطر هو $r = 6366198$ وان
لو غاربتة $r^2 = 4069101$ وعلمنا ان المسافة $r = 1$
سهل علينا معرفة مقدار ارتفاع r المطلوب فلتبحث بمقتضى الاصول
السابقة عن ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية في المساقين
٤٥٠ و ١٠٠٠ متر

فالارتفاع المقابل لبعده المسافة ٤٥٠ متر يكون معبرا عنه بهذه المعادلة
ثم $\frac{r^2}{r} = \frac{4069101}{6366198}$ ويوجد بواسطة اجراء العمل باللو غاريتمات ان
ثم $0.16 = 0.00016$

فيكون بعد ذلك ارتفاع r المقابل للمسافة $A = 1000$ متر
بواسطة تناسبية هي

$$1 : 2 :: r : r$$

ومقاديرها العددية

$$(400) : (1000) :: (0.16) : r$$

فحينئذ $r = 0.785$ فاذا ازم عمل حسابات اخرى من هذا النوع
فالا سهل ان تقابل بهذا الارتفاع الاخير جميع الارتفاعات المطلوب تعيينها
لان القسمة تسهل بتغيير موضع علامة الاشارى بما يليق كما هو واضح وايضا
لاجل اختبار كل حساب في هذا المعنى انه كرهنا جداول صغيرة مشتملة على
ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية يمكن ان يستغنى به في
كثير من الصور وهو هذا

ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية	ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية	ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية	ارتفاعات التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية
بالمتر	بالمتر	بالمتر	بالمتر
٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
١٠٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
١٥٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
٢٠٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
٢٥٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
٣٠٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
٣٥٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
٤٠٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
٤٥٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠
٥٠٠	٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠

(١٧٧) نقطة المرأى المسماة ايضا نقطة الغرض هي إحدى النقط المرئية من جسم يتوجه إليها خط شعاعى بصرى وعلى بعد غير بين الكبر تظهر نقطة المرأى فى محل غير محلها الحقيقى وهذا يحدث عن انكسار الاشعة وهو يظهر الاشياء عادة اعلى من ارتفاعها الحقيقى ويزداد ذلك الانكسار كلما قرب المرأى من افق الراصد ويكون فى افق الراصد بقدر $\frac{1}{2}$ تقريبا من فرق التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية ولا بد لقطع النظر عن ذلك الانكسار نضع الاكلة على بعد واحد تقريبا من النقطتين المتباعدتين اللتين يبحث عن فرق

التسوية بينهما وبهذا الوضع ينعدم فرق التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية مثلا إذا كان $و$ خط التسوية الظاهرية الحادث من وضع الآلة في $ا$ كما في (شكل ١٣٨) وكان $ا = ا'$ (حيث ان الخط $ا$ و $ا'$ يمكن ان يكون منكسرا بالزيادة في $ا$). فان النقطتين المبروتين $و$ و $و'$ من الغرضين $د$ و $د'$ يكونان بالضرورة على بعد واحد من مركز الارض وهو $س$ لو يكونان على افق واحد لان انكسار الاشعة في $د$ وفرق التسوية الظاهرية عن التسوية الحقيقية في هذه النقطة يكونان على التناظر مثلها في $د'$ وينتج من ذلك وبسبب ان $د = د'$ ان الفرق بين النقطتين $س$ و $س'$ هو في الغالب عبارة عن $س - س'$. $و = د = د'$ فاذا كان $د = د'$ فان النقطتين $س$ و $س'$ يكونان على تسوية واحدة بخلاف ما اذا كان $د > د'$ اكبر او اصغر من $د$ فان النقطة الاولى وهي $س$ تكون اخفض او ارفع من الثانية وهي $س'$ وهذا واضح

* (الفصل الثاني) *

* (في تطبيق الدعاوى النظرية السابقة) *

* (ميزان المياه) *

(١٧٨) اسهل جميع الوازن وهو المقصود لنا هنا دون غيره هو ميزان الماء وهو مكون من انبوبة اسطوانية جزء منها افقي والجزء الآخر وهيما طرفاها رأسيان مفتوحان موضوع فيهما جامان $ف$ و $ف'$ كما في (شكل ١٣٩) وهذه الانبوبة محمولة مثل آلة الغرافومتر (وهي آلة اخذ صورة الشئ بقياس الزوايا) على ركبة مثل ركبة البلنشيطة ممسكة بجبلبة كروية محمولة على

ثلاث شعب ويلزم ان يكون طولها نحو متر وبواسطة هذا التركيب يسهل تحريك الآلة ورفعها وخفضها وتدويرها كيفما اريد واغلب موازين هذا النوع مصنعة من الصفيح ومحركة على الوجه المرسوم في (شكل ١٣٩) ولكن اقواها وانفعها يكون من النحاس

ومتى اريد استعمال هذه الآلة لزم صب الماء في احدى الجامين فانه يصل حالا الى الجام الاخر ويوضع مقدار كاف للماء الجامين تقريبا الى الثلثين فيثبت متى كان سطح الماء ليسا مضطربين فانهما يكونان على افق واحد بمقتضى خاصية السوائل التي تكون دائما على هذا الوضع اذا خلت من الموانع ولكن بشرط ان لا يكون شيء من الهواء ساكنا في داخل الجزء الاخر لان الطرفين المتوازيين ليس لهما حينئذ ثقل واحد ولا جل اخراج الهواء يسد احد الجامين وتمال الآلة امانة خفيفة بحيث تكرر قرية من العمودية فيثبت جميع الهواء الذي فيها يصعد ويخرج من الجام الاخر

فاذا نقلنا الميزان من وضع الى وضع آخر سدنا احد الجامين واملنا هذه الآلة حتى لا يمكن انصباب الماء وعند وضعها يفتح الجام المسدود شيئا فشيئا لياخذ الماء على التدريج تسويته ثانيا وكذلك اذا سدنا زمنا بعد زمن احد الجامين بالاصبع توصلنا الى تنقيص حركة العمود المائي المسببة عن تحريك الآلة عند توجيهها الى نقطة المرءى

ويلزم ان يحذر مدة الرصد من خروج الماء من ما بين القطع المركبة للميزان ويلزم مدة الحر الشديد او الامطار ان تكون مدة العمل يسيرة في كل وضع حتى لا يكون للماء زمن يكفي في تصعده او زيادة حجمه وفي العادة يلونون الماء ليكون اشد ظهورا

* (المرءى) *

(١٧٩) استعمال الميزان يستدعي استعمال المرءى المسمى بالغرض او الهدف وهو قطعة من مقوى اولوح من الصفيح سعتها نحو ثلاثة ديسمترات

مربعة ومنقسمة الى قسمين متساويين بالخط م د الافق ويلزم ان يكون لون
احدهذين القسمين مخالفا للون الاخر وتثبت هذه القطعة في طرف مسطرة
على وجهه ان م د كافي (شكل ١٣٩) يكون عمودا على عرض هذه المسطرة
ومن اللازم ان المسطرة تدخل بالتعشوق في مسطرة اخرى طولها ضعف المتر
مرة او مرتين يعنى مترين او اربعة امتار وكل ينقسم الى اعشار واعشار
الاعشار واعشار اعشار الاعشار وهذه الآلة تسمى بالقامة ويرفع ويخفض
الغرض م د على هذه القامة حتى يصير بالضبط في افق الميزان

(التسوية البسيطة)

(١٨٠) ايجاد فرق تسوية نقطتين بوضع واحد للميزان فان هذه
العملية هو التسوية البسيطة والقضيتان العمليتان الآتيتان هما من هذه
الصورة

(١٨١) كيف يمكن ايجاد فرق تسوية النقطتين ا و ب كافي
(شكل ١٤٠) اللتين يمكن الوصول اليهما

ضع الميزان س ط على بعد واحد تقريبا من النقطتين ا و ب و مر
بوضع القامة في النقطة ا وضعا رأسيا ثم بإشارة اصطلاحية يرفع او يخفض

الغرض حتى ان الخط س ط يمر بمستوى مياه الميزان واذا شوهد

على القامة ا م مقدار البعد ا آ فانه يكتب على مسودة عمل
التسوية ومن غير نقل الآلة عن محلها وضباع الزمن مر ينقل القامة الى
النقطة ب واجر العمل الذى اجرته بعينه في النقطة ا لاجل

تحصيل مقدار البعد ب ب و اكتبه ايضا على المسودة لترجع اليه عند
الحاجة

يمكن مثلا $1,036 = \text{ب ب}$ و $90 = \text{س ب}$ فلاحظ

ولا يخفى ان المهندسين يسمون ايضا الارتفاع ١١ الاول بالمؤخر والارتفاع
٢ - الثاني بالمقدم

والعادة ان يجعل هذه الابعاد متساوية اذا كان في الاراضى قبول يسيرة
الانحدار

 $(\gamma \lambda)$

الارتفاعات مقاديرها ونزعم الارتفاعات بمقياس اكبر من المقياس الذي رسمت به الابعاد الافقية لاجل كتابة مقادير الارتفاعات عليها وقد جرت العادة انهم يأخذون هذا المقياس الاخير مكررا بقدر مقياس الابعاد الافقية

• (التسوية المركبة) •

اذا كانت النقطتان المطلوب ايجاد فرق تسويتيهما موضوعتين على بعد اكبر من امتداد خط البصر الشعاعي او كانت قطعة الارض كثيرة الارتفاعات والانخفاضات او كانت ذات انحدار عظيم فلاجل ايجاد فرق التسوية بين هاتين النقطتين تعمل تسويات بسيطة بينهما وهذا ما يسمى بالتسوية المركبة فليكن $ا-هـ د-هـ ف$ من (شكل ١٤٢) قطع الارض الكائن بين النقطتين $ا$ و $هـ$ المفروض ان احدهما بعيدة عن الاخرى بحيث لا يمكن ايجاد فرق التسوية بينهما الابعة اوضاع مثل ١ و ٢ و ٣ الخ ففي هذه التسوية المركبة تكون كل تسوية بسيطة مرتبطة بالتسوية التي قبلها بمؤخر التالية الموجود في مقدم الاولى كما يشاهد بالتأمل في الشكل وهذه الطريقة في العمل يتوخى بها فرق التسوية بين جميع النقط $ا$ و $هـ$

$ا-هـ د-هـ ف$

فاذا لم يمكن وضع الآلة بين طرفي كل عملية جزئية مثلاً واحتجنا لوضعها في $ب$ لاجراء التسوية في $ب-هـ$ الثانية الجزئية فالتايجل الارتفاع

المؤخر فيها $ب-هـ$ مساويا لارتفاع الآلة

فاذا كان الغرض معرفة فرق التسوية بين الطرفين $ا$ و $هـ$ فانك توجه بأسهل الطرق الخط $ا-هـ د-هـ ف$ الذي قد يكون في مستوا واحد

وأبسط وقد لا يكون والارتفاعات $ا-هـ د-هـ ف$ الخ الرأسية هي التي يلزم معرفتها فقط لكن اذا كان اتجاه خط العملية اقتضته طبيعة عدة اشغال مرتبة لزمت قياس جميع الابعاد $ا-هـ د-هـ ف$ الخ وكذلك

الزوايا

لأنها الواقعة بينها والعادة أن يتخذ صورة قطعة الأرض المطلوب إجراء العمل بها ويعلم بشواخص على سطح تلك القطعة اتجاه الخط المسود الخ كما إذا كان الغرض عمل خليج للسفر فيه أو تحويل مجرى مياه غدير حول قلعة فإنه يلزم رسم صورتها رسميا

ولندكر الآن أسهل الطرق لتخصيل فرق تسوية النقطتين إذا علمت على مسودة التسوية جميع مقادير المقدمات والمؤخرات فمن مجموع مقادير المؤخرات بطرح مجموع مقادير المقدمات والباقي هو المقدار الذي يوجد به الطرف الثاني \div أعلا واشغل من الطرف الأول \div على حسب كون مجموع مقادير المؤخرات أكبر أو أصغر من مجموع مقادير المقدمات فإذا لم يتبق شيء فإن النقطتين \div و \div يكونان على تسوية واحدة في صورة الشكل المذكور مثل أن تكون

ومقادير المقدمات

مقادير المؤخرات

١٩٤٨

٢١٢٦

٢٤٤٥

٢٣٦٠

٠٠٠٠

١٥٨٨

٠٨٦٨

٢٣٦٧

١١٠٠

١٥٤٤

٠٧٨٥

٠٣٥٤

٧١٤٦

١٠٣٣٩

مجموعها = ٧١٤٦

مجموعها = ١٠٣٣٩

فحينئذ النقطة \div تكون أعلى من النقطة \div بقدر ١٠٣٣٩

٧١٤٦ = ٢١٩٣

وبرهان هذه القاعدة سهل الفهم لأنها إذا فرضنا أن \div مقدار المؤخر

والمقدم في الوضع الاول وان \bar{a} و \bar{b} مقداراً المؤخر والمقدم في الوضع
الثاني وهلم جرا يكون $\bar{a} - \bar{b}$ فرق تسوية \bar{b} عن \bar{a} وفرق
تسوية \bar{b} عن \bar{a} يكون $\bar{b} - \bar{a}$ وهلم جرا
فان يكون فرق تسوية \bar{a} عن \bar{b} هو

فرق التسوية = $(\bar{1} - \bar{1}) + (\bar{1} - \bar{1}) + (\bar{1} - \bar{1}) + (\bar{1} - \bar{1}) =$
 $\bar{1} + \bar{1} + \bar{1} + \bar{1} = (\bar{1} - \bar{1}) + (\bar{1} - \bar{1}) +$
 $(\bar{1} - \bar{1}) + (\bar{1} - \bar{1}) - (\bar{1} + \bar{1})$
 وهذا الحاصل يثبت القاعدة المذكورة

ولا جل عمل مبيضة التسوية تنسب جميع نقط الارض ناط واحد افق غ غ
يوجد فوق النقطة العليا ولا جل هذا العمل تزداد جميع الارتفاعات بحسب
اللاثق وهذا الاصعوبة فيه اصلا

وتحقيق التسوية يكون بإعادة جميع الاعمال ثانياً بالابتداء من النقطة ١ الى النقطة ١ والعمل بهذه الطريقة هو التسوية المنعكسة وهذه التسوية توصل الى حاصل نظير حاصل التسوية الابتدائية لكن اذا كان الحاصلان لا يتخالفان الا بقدر صغير جدا فانه يؤخذ متوسط مجموعهما اذا لم يكن هناك سبب يحسمنا على اختيار استعمال احدهما دون الآخر

• (الرسم بالتنسيطة) •

(١٨٣) هذه الآلة التي هي إحدى الآلات النافعة في اخذ صورة قطعة من الارض في اقرب زمن هي كتابة عن لوح اى تحتة مربعة مربعة على ركة

محمولة على سببة ذات ثلاثة أرجل وهذه التختة يمكن تحريكها بسهولة الى اى جهة كانت وينبغي ان تكون هذه الركبة ايضا مصنوعة بكيفية بها تحدث في التختة حركة رحوية بطيئة خفيفة ولكن يشترط ان لا تغير هذه الحركة الوضع الافقى الذى هو لازم مادام الراصد مشتغلا بالتحريك على الشواخص ويوجد احيانا فى الطرفين المتقابلين من التختة اسطوانتان ذاتا محورين يبرمتين مركبتين على كل محور ترس مسنن من احد طرفيه ووظيفة هاتين الاسطوانتين نشر الورقة التى ترسم عليها العمليات وطبها على حسب الحاجة ويجعل وضع البلنشيطة اقويا بواسطة ميزان نسوية هو اى اودى شاقول انظر بند (١٧٥) لكن من اعتاد على ذلك ولو يسيرا يقوم نظره مقام احدى هاتين الآتين ولما كانت البلنشيطة لوحا صغيرا استعمالوا معها تعيين المحال عضادة من شماس ذات شطبتين او ذات نظارة متحركة واحد على حافى مسطرة هذه العضادة تعين على الورقة الموضوعه على البلنشيطة اتجاه الاشعة البصرية الخارجة من نقطة مكان الراصد الى الاشياء التى حوالها

(١٨٤) والغالب فى اخذ صورة تفاصيل الاماكن طريقان الاولى ان تحدد المسافة التى يراد اخذ صورتها بمضلع ذى اضلاع اقل ماء ممكن فاذا كانت المسافة عظيمة فانها تقسم الى مضلعات اى مثلثات جبرئية ثم تقاس الزوايا والاضلاع قياسا مضبوطا ثم تنزل اعمدة صغيرة من جميع انعطافات الارض على تلك الاضلاع المعتبرة قواعد كما يشاهد فى (شكل ١٤٣) ثم ترسم جميع الاشياء الداخلة فى هذه المضلعات

فاذا كانت المسافة غابة كثيفة الاشجار بحيث لا يمكن الدخول فيها جعلت كلها داخل المضلع بخلاف ما اذا كانت المسافة جزيرة او مساحة تحيط بها غابات او برية فان خطوط العمل ترسم فى داخلها والطريقة الثانية ولا تستعمل عادة الا اذا كان لا يمكن الوصول الا من ضلع

واحد أي قاعدة واحدة تكون برسم جميع الزوايا الواقعة بين هذه القاعدة والاشعة البصرية المتوجهة من نهايتها إلى جميع النقط الممكنة الرؤية الموجودة على يمينها وشمالها لكن لا يخفى أنه لا بد من اجتناب الزوايا الحادة جدا والمتفرجة كذلك لأن وضع النقطة المجموعة في ملتي الخطين يتضح كلما كان تقاطع الخطين واضحاً

واستعمال هذه الطريقة يستدعي كون محيط الأرض المراد رسمها مركباً من مجموع خطوط مستقيمة لأن هذا المحيط إذا كان منحنيًا وإذا انعطاف لا يمكن في الغالب أن تعين منه إلا عدة نقط قليلة فيلزم في هذه الحالة أن ترسم بمجرد النظر الأجزاء التي لم يمكن تحديدها بالآلة

* (العمل بالطريقة الأولى) *

(١٨٥) لنفرض كـ كما في (شكل ١٤٣) أن النقطتين a و b هما نهايتا أحد اضلاع المثلثات المصنوعة على قطعة الأرض المطلوب أخذ صورتها مرسومان على البلتشيطة وأن الغرض هو أخذ صورة الاستدارة ab cd الخ التي يمكن التوصل إليها وكذلك تحديد جهاتها بالنسبة للقاعدة as

فتوضع البلتشيطة وضعا أفقيا في النقطة a من الأرض على وجهه a من البلتشيطة تقابل a من الأرض تقابل رأسيا ويتوصل إلى هذا بالسهولة بواسطة تحريك الآلة تحريكا خفيفا وبعد هذا الوضع توضع المسطرة على البلتشيطة مطبقا خط حافتها على المستقيم as المرسوم على الورق وتدار تحت البلتشيطة على مركزها حتى يكون محور النظارة أو شظيتها العضادة على استقامة القاعدة as فحينئذ يكون وضع البلتشيطة موافقا للمطلوب فتثبت على هذا الوضع ثم بعد ذلك تعرض ابرة قائمة في النقطة a وترسم على الورق الزاوية asb بتدوير المسطرة باطن حول هذه البرة إلى أن يشاهد محور النظارة أو شعاع الشظيتين على استقامة الشاخص b أو غيره من الشواخص الموضوعة على الخط ab

ثم يرسم بقلم الرصاص خط غير متناه على طول المسطرة من جانب الابرّة فيوجد على الورق الخط ab قد احدث مع $اش$ زاوية $اشه = ب اش$ الارضية لكن يشترط بعد هذا العمل الثاني ان يكون الخط $اشه$ البلنشيطة منطبقا على $اش$ الارضى ولا بد من امتحان صحة ذلك بتكرير وضع المسطرة كما كانت اولا

ثم قبل ترك الوضع $ا$ يقاس البعد $اب$ الارضى ويؤخذ على الورق من مقياس الرسم عدة الامتار المتحصلة وينقل البعد المتحصل بهذا الوجه من $ا$ الى $هـ$ وتقاس ايضا اجزاء خط $اب$ وكذلك الاعمدة الصغيرة النازلة

من نقط المنحنى $اغضه$ $ظب$ على ذلك الخط وتنقل هذه الاعمدة على الورق كما نقل الخط $اب$ بتمامه فاذا صح العمل لزم ان مجموع الابعاد $اغ$ و $غضه$ الخ الجزئية يكون مساويا للخط $اب$ بتمامه واذا كان المنحنى

$اغضه$ $ظب$ كثيرا لانعطاف والاعوجاج لزم ان يراى بقدر ما يمكن في عدد

لاعمدة $غخ$ و $ضه$ الخ ويسهل في هذه الصورة ان تجعل متساوية الابعاد عن بعضها ولاجل رسم الاعمدة تستعمل البوصلة او الزاوية لقائمة المسماة عند المهندسين بثلاث المساح كما في النمر الالية وايضا اذا كانت لاعمدة قصيرة جدا فانه يمكن بمجرد النظر معرفتها لكن متى كانت النقطتان

$غخ$ و $ضه$ متباعدتين عن بعضهما فانه يمكن تحديدهما بالبلنشيطة بالطريقة الثانية يجعل $اب$ قاعدة

فاذا ترك الوضع $ا$ غرس فيه شاخص ثم وضع البلنشيطة وضعا افقيا في النقطة $ب$ مع الاهتمام بعد رفع الشاخص $ب$ بمقابلة النقطة $هـ$ البلنشيطة للنقطة $ب$ الارضية تقابل رأسها ويجعل وضعها الجديد موازيا للوضع الاول وكيفية ذلك ان توضع كما تقدم حافة المسطرة على الخط $اب$ ثم تدار البلنشيطة حتى يكون محور شعاع الشطيتين او النظارة مارا بالشاخص $ا$ ففي هذه الحالة يصير وضع البلنشيطة موازيا للوضع الاول ثم ترسم الزاوية

ا- رسمه على الورق بدوير المسطرة حول الابر - الى ان يمر الشعاع
البصرى المار بمحور النظارة بالشاخص س فيحصل على الورق مقدار
س-ه يقابل ب س الارضى فبالنتيجة تكون الزاوية ا-ه
البلنشيطة مساوية اب س الارضية

ومن المهم جدا ان نتحقق هذه الاعمال في كل وضع من غير تحويل البلنشيطة
عن محليها بوضع حافة المسطرة على الخط س-ه فاذا لم يحصل غلط في قياس
اب اوفى اتجاه الاكلة لزم ان يكون المحور الشعاعى من النظارة او من
الشظيتين مارا بالنقطة ه ش الارضية ففى صورة ما اذا كانت هذه النقطة
غير مرتبة بوجه الشعاع البصرى الى نقطة اخرى معروفة ومرسومة قبل
ذلك على الورق ويدام اجراء هذه الطريقة فى اخذ رسم باقى محيط الشكل
اب س الخ والدليل على صحة جميع هذه الاعمال انك اذا وضعت البلنشيطة
فى ي ووجتها بحيث يكون وضعها موازيا للاوضاع السابقة ثم جعلت
حافة المسطرة على الخطوط ا-ا و س-و و س-ه الخ على التوالي
وجدت الخطوط الشعاعية البصرية منطبقة بالتحريك على الخطوط ي ا
و ي ب و ي س الخ

(١٨٦) قد يتنا ان قياس جميع اضلاع المضلع لا بد منه فى صحة رسم

المحيط الخ منه ظ ب لكن اذا كان الخطان اب و ب س حدين
من حدود قطعة الارض وامكن من غير ضرر التساهل فى التحرير كفى قياس
قاعدة واحدة

وبان ذلك اتنا اذا حددنا من جهة طول الخط اب ومن جهة اخرى
الزاوية اب س = ا-ه واتقلنا بعد ذلك الى النقطة س-ه لزم
ان نجعل الخط س-ه البلنشيطة مقابل للخط ب س الارضى لاجل
توجيه البلنشيطة توجيهها لا تقاوبعد ان نضع ابرة فى النقطة ا نحرل حولها
المسطرة حتى يمر الخط الشعاعى بالشاخص ا فالخط المرسوم فى جانب
المسطرة يقطع المستقيم س-ه غير المتناهى فى النقطة س-ه التى تصير

مقابلة للوضع من

فالاّن لاجل تحديد النقطة د نجعل اولا النقطة هـ مقابلة للنقطة
التي كان فيها الشاخص من تقابلا رأسيًا وتظهر هل توجه البلنشيطة صحيح
ام لا ثم نبحث بالمسطرة عن اتجاه الخط هـ ووجهين نظرنّا الى د وبعد
ان ننقل الى النقطة د ونوجه فيها الآلة ندير كما تقدّم المسطرة حول
النقطة ا فتقى الشعاع البصري بالنقطة ا فان حافة المسطرة تقطع
الخط هـ في النقطة و التي هي المطلوب وهلم جرا

وقد فرضنا فيما تقدّم انه يلزم ربط التفاصيل بالنقطة الميمنة قبل ذلك بعمل
مثلثات منقولة على الورق لئلا يمكن اذا لم يكن الغرض الارسم قطعة ارض
صغيرة مستقلة امكن اخذ اول نقطة مثل ا كما يراد على البلنشيطة واذا
كان الغرض تحديد جهة الرسم بالنسبة لخط نصف النهار الارضى نستعمل
آلة الانحراف كما سيأتى

(آلة الانحراف)

(١٨٧) من المعلوم ان الابرة المغناطيسية اذا وضعت افقية يهتدى احد
طرفيها جهة القطب الشمالى وان انحراف هذه الابرة عن هذا القطب في مدينة
باريس الى جهة الغرب يساوى $\frac{1}{4} 22^\circ$ تقريبًا بمقتضى تقسيم الدائرة الى
 360° وهذه الابرة مظلوفة في علبة في قاعدتها من داخل خط يسمى خط
الشمال الجنوبي موازًا لحد طرفي الابرة وهذه الآلة هي المسماة بالآلة
الانحرافية لانها تستعمل لمعرفة زاوية الانحراف التي تحدث من خط
مرسوم على الارض ومن خط نصف النهار المغناطيسى

فلنفرض مثلاً انه يلزم ان نرسم على لوح الرسم اتجاه خط نصف النهار الارضى
فحزرا ولا البلنشيطة كما تقدم يعنى اتنا نجعل الخط ا-ب من الرسم مقابل الخط
ا ب الارضى كما في (الشكل ١٤٣) ثم نضع الآلة الانحرافية على البلنشيطة
بعد تثبيتها ثم نديرها الى ان يقع طرف الابرة المغناطيسية على خط الشمال
الجنوبي فاذا حصل هذا التطابق رسمنا بقلم الرصاص خطا على امتداد ا كبر

اضلاع الآلة الانحرافية فيصير هذا الخط موازيا للابرة او لخط نصف النهار المغناطيسى ثم بعد ذلك لاجل تعيين خط نصف النهار الارضى الحقيقى لا يلزم الارسم خط جديد يحدث مع الخط الاول زاوية مساوية لانحراف الابرة لكن اذا لم يكن القصد الا جعل اوضاع البلنشيطة متوازية فالتا نجد فى اى نقطة من الرسم الذى نحدثه انه يلزم تدوير البلنشيطة حتى تستر الابرة خط الشمال الجنوى المفروض اولا موازيا للخط المرسوم على الخريطة الذى هو عبارة عن خط نصف النهار المغناطيسى واذا دققنا وجدنا هذا التوازي لا يكون تاما ابدا لا مجرد كون انحراف الابرة المغناطيسية يتغير غالباً من مكان الى اخر ولا لكونه قد يتغير فى عدة ساعات مختلفة فى مكان واحد بل لعله اخرى ايضا وهى ان دوائر خطوط انصاف النهار المغناطيسية هى خطوط مجمعة جهة القطب وتشابه المواد الحديدية ببعضها هو ايضا احد الاسباب التى توجب انحراف الابرة فالاحسن حينئذ تحرير البلنشيطة بالاوضاع المختلفة كما ذكرناه فيما سبق وان كان تحريرها بالآلة الانحرافية فيه سرعة لاخذ الرسم

* (العمل بالطريقة الثانية) *

(١٨٨) لا معنى لكثرة التوضيح فيما يتعلق بطريقة تعيين نقط رسم التقاطعات لان هذه الطريقة لا تكاد تختلف فى شئ عن الطريقة المستعملة فى عمل المثلثات فاذن يقتصر على ان ننبه على انه اذا كان لا يمكن الاقياس القاعدة اى كفى (شكل ١٤٤) وكان من اللازم اخذ رسم النقط ب س ف د الخ التى حولها يضع الانسان البلنشيطة فى النقطة ا وضعا فقيما ويرسم على الورق الذى يستر الآلة الخط ا ب ويعطى له اجزاء من مقياس بقدر ما فى اى من الامتار ويجعل النقطة ا وذلك الخط مقابلين على التناظر للوضع ا والقاعدة اى ويوجه العضادة على التوالى حول ا على اشياء مختلفة مثل ب و س و ف الخ لتحصيل الاشعة ا ب و ا س و ا ف الخ ثم بعد ذلك ينتقل الى النقطة ي

أجعل فيها كالأعمال التي صنعها في النقطة أ يعني أنه يحدد الأشعة عـ
 و عـ و عـ ف التي تقاطعها مع الأولى تتم تحديد النقطة ب و عـ
 و ف فينتد الصورة ا ب عـ ف تكون مشابهة للصورة الأرضية
 ا ب عـ ف والأولى ان يقال ان ا ب عـ ف هو مختصر مسقط الشكل
 الأرضي ا ب عـ ف واما النقطة د التي تكاد توجد في الاتجاه أي
 فانها تحدد ايضا بالتقاطع لكن يجعل عـ ف قاعدة
 ويسهل بهذه الطريقة عمل صورة الرسم وتصوير جميع تفاصيلها بدون عمل جملة
 من المثلثات لكن من الضرر اليين ان يوثق بالكلية بالبنشيط لان ضبطها
 لا يمكن ان يساوي في صورة من الصور ضبط الآلات المستعملة في تعيين
 النقاط الأصلية من خرطة

(١٨٩) إحدى الأعمال المهمة التي تقع غالبا في أخذ صورة التفاصيل
 هي ان يحدد على الرسم وضع أي نقطة تراد من الأرض بشرط ان تنظر من
 هذه النقطة جميع الأشياء التي يكون وضعها معلوما على الرسم

وطريقة عمل ذلك بالبنشيط ان تفرض كما في (شكل ١٤٥) ثلاث نقط
 ا و ب و عـ معلومة على الرسم الذي على البنشيط والمطلوب تعيين
 وضع النقطة د على الرسم المذكور ثم تارة يكون المشاهد ثلاث نقط
 او اثنان

ففي الحالة الأولى يلصق على البنشيط ورقة شفافة على الجزء المشتغل على
 النقطة د المقابلة للنقطة د الأرضية وتدار العضادة لتوضع على
 التوالي في اتجاهات الثلاث نقط ا و ب و عـ وتظايرها على البنشيط
 فالمستقيمت د ا و د ب و د عـ المرسومة على الورق الشفاف تحدث
 بعضها مع بعض تظاير الزوايا التي تحدثها المستقيمت د ا و د ب و د عـ
 الأرضية فاذا تم ذلك تنزع هذه الورقة وتوضع على الرسم بحيث لا تنكمش
 وتكون المستقيمت د ا و د ب و د عـ مارة على التناظر بالنقط
 ا و ب و عـ المجهولة على هذا الرسم فاذا حصل ذلك فان النقطة د

يكون وضعها بالنسبة للنقط الأخرى $ا$ و $ب$ و $ج$ كنسبة نقطة $د$ الأرضية إلى $ا$ و $ب$ و $ج$ الأرضية فحينئذ تتعين النقطة $د$ على الرسم المطلوب

فاذا لم يكن هنالك ورق شفاف فارسم على $ا$ و $ب$ و $ج$ المقروطين قوسى الدائرتين وهما $ا د ب$ و $ب د ج$ اللذان يمكن ان يرسم عليهما الزاويتان $ا د ب$ و $ب د ج$ المرصودتان انظر بند (٩٦) وهذان القوسان يتقاطعان فى النقطة $د$ التى هى النقطة المطلوبة وتحديد هذه النقطة بهذه الطريقة احسن من تحديدها بالطريقة السابقة خصوصا اذا كان قوسى الدائرتين التى تكون تلك النقطة عبارة عن تقاطعها لا يتقاطعان مع كثير من الميل لكن فى صورة ما اذا كانت النقط الأربع $ا$ و $ب$ و $ج$ و $د$ واقعة على محيط واحد لا يمكن ان يحصل هذا التحديد بواسطة النقط $ا$ و $ب$ و $ج$ فقط لان هذين القوسين يتحددان معا فحينئذ يلزم لاجل التحديد ان نعتبر نقطتان من النقط $ا$ و $ب$ و $ج$ مع نقطة رابعة معلومة

ولا يخفى ان هذه العملية نافعة جدا فى ان يبين بها فى اقرب زمن على خرطة عسكرية قليلة التفصيل الاوضاع المختلفة التى يشغلها جيش من الجيوش

وفى الحالة الثانية يفرض انه من نقطة الوضع $د$ لاترى الا النقطتان $ا$ و $ب$ المعلومتان على الرسم فى $ا$ و $ب$ وان المطلوب تحديد وضع النقطة $د$ اذا علم على البلنشطة اتجاه المستقيم $ا ب$ بالنسبة لنقط دائرة نصف النهار المغناطيسية

فلاجل ذلك توجه البلنشطة الى جهة خط نصف النهار بواسطة البوصلة انظر بند (١٨٦) ثم تحرر العضادة بالتوالى على النقطتين $ا$ و $ب$ يجعل المسطرة تمر على النقطتين المتقابلتين $ا$ و $ب$ من الرسم فالنقطة المطلوبة وهى $د$ تكون تقاطع الشعاعين $ا د$ و $ب د$ بشرط ان يكون انحراف الابرة المغناطيسية ثابتا على حالة واحدة وهذا واضح ولكن بسبب قبولها

للتغير

للتغير بتدران يكون هذا العمل مع سهولته كأحد العمالين السابقين في الصحة
وهذا هو علة ككون المهندسين لا يستعملون في مثل هذه الصورة الآلة
الانحرافية الانادرا

* (أخذ صورة الرسم بالبوصلة) *

(١٩٠) البوصلة وان كانت لم تصل الى درجة كمال هي آلة تفيد المهندس
منافع اعظم من غيرها اذا اراد ان ياخذ بها في اقرب زمن رسم جميع الاشياء
المعدة لتتميم الاجزاء الصغيرة المرسومة بالبشبيطة او اراد معرفة الاوضاع
المختارة للاعداد في الحرب

وهذه الآلة مركبة مثل الآلة الانحرافية من ابرة مغناطيسية موضوعة
وضعا اقويا على سهم رأسى دقيق جدا ومظروقة في علبة مربعة في قاعدتها من
الداخل دائرة من معدن منقسمة الى ٣٦٠ درجة او الى ٤٠٠ درجة
ولا بأس ايضا ان تنقسم الى انصاف درجات وفي قاعدة العلبة من الداخل
خطوط الجهات الاربع الاصلية وخط الشمال والجنوب المرقوم عليه من ٠
الى ١٨٠ او الى ٢٠٠ درجة يكون موازيا لاحد اضلاع العلبة
وملصوق على احد الضلعين الموازيين لخط الشمال والجنوب مسطرة ذات
عضادة او ذات تطارة يمكن بها اخذ كل ميل يمكن بالنسبة للافق بتعريكها
في مستو عمود على مستوى الحافة المرسوم عليه الدرجات والبوصلة تكون
متحركة على ركبة متعشقة متصلة بيسيية ويمكن فصلها من العلبة لاستعمالها
مثل الآلة الانحرافية

واذا ارصدنا بالبوصلة لزم ان يكون وضعها انقبيا وان يكون توجه النظر دائما
الى جهة واحدة لمنع الخطا بمعنى انك توجه دائما المسطرة على يسارها وعلى
يمينها ثم بعد ذلك تعد الدرجات الثمانية على التوالي من ٠ الى ٤٠٠
درجة ولا يخفى انه عند النظر داخل المسطرة ينبغي ان تجعل المنظر هو الثقب
الصغير الذى في طرفها وتجعل مقابل المنظر اللسان المقابل
واغلب البوصلات القديمة منزهة من جهتي خط الشمال والجنوب من ٠ الى

٣٦٠ درجة فحينئذ يلزم ان يبين على المسودة كون الزاوية المرصودة في شرق او غرب خط الشمال والجنوب من البوصلة وهذا الامر لازم جدا بحيث ان عمل التبييض لا يمكن بدونه فحينئذ مذهب التقسيم الثبني هو المختار

ولا حاجة هنا لتطويل الكلام على البوصلة لان جميع ما تقدم يطابق ما هنا ولكن لاجل ان يميز في بعض الاشياء النسبة بين هذه الآلة والبليثية المتوجهة بواسطة الآلة الانحرافية يلزم ان نحل ثانيا القضيةين العمليتين السابقتين فنقول

(١٩١) طريقة اخذ رسم المضلع اب م د ي ف الذي جميع نقطه يمكن الوصول اليها كافي (شكل ١٤٦)

لان تضع البوصلة وضعا فقيافيا في النقطة ا وتدبرها على سهمها حتى تكون النقطة ب مقابلة للغرض او لمحور النظارة فالابرة بعد حركتها الاضطرابية توجه الى الجهة الشمالية فحينئذ اذا عددنا على مقتضى الترتيب الطبيعي لتمر التقسيم الدرجات الستينية او الثمينية الداخلة بالابتداء من الخط اب الشعاعى او قلبا والمعنى واحد من . من خط الشمال والجنوب الى الطرف الشمالى من الابرة تحصل معنا قياس الزاوية الحادة من اتجاه اب وخط نصف النهار المغناطيسى

ومتى كانت متبادر الزوايا الماخوذة على الارض ليست منقولة حالا بواسطة المقياس والمنقلة المذكورين في بند (١٠١) و (١١٥) فانه يعمل مسودة الرسم الذى عليه يكتب جميع هذه المقادير ولكن في بعض الاحيان لدفع الاختلاط تقيد الزوايا المرصودة في نقطة واحدة في جهة وحدها وتوضع حينئذ حروف او غير لاجل المراجعة عند التبييض فلنفرض ان ا ب م الخ هي المسودة المذكورة فنكتب حينئذ في النقطة ا عدد الدرجات الثمينية الموجودة في الوضع ا ونفرض ان الخط ا ب من المسودة عبارة عن الخط اب الارضى ويكتب ايضا على الخط ا ب

محدد الامتار الداخلة في اب وكذلك توضع البوصلة وضعا افقيًا في النقطة ب ويرصد ميل المستقيم ب س مع الاهتمام بان يكتب هذا الميل في النقطة س من المسودة وهكذا يستمر على هذه الطريقة الى ان ترجع الى الوضع الاول ا

واحدى الطرق التي يختبر بها صحة قياس الزوايا وعدمها هي ان تتطرح الزوايا الداخلة من المضلع بصنع مجموعها من الزاويتين القائمتين بقدر عدة اضلاعه الا اثنين ام لا انظر بند (٤٤) لكن كيف تعرف كل واحدة من هذه الزوايا حيث لم تكن مرصودة حالا وجواب ذلك سهل وهو ان اتجاهات الابر المغناطيسية حيث كانت مفروضة متوازية بالنسبة لجميع نقط الرسم تكون الزاوية ا س د مثلا مساوية للزاوية ث س ا + ج س د لكن ث س ا = ٤٠٠ - ٣٥٥ = ٤٥ درجة مثنية و ج س د = ٣٠٩ - ٢٠٠ = ١٠٩ درجات مثنية فاذن ا س د = ٤٥ + ١٠٩ = ١٥٤ درجة مثنية وهكذا الزوايا الاخرى

واما امتحان صحة الاضلاع فانه لا يمكن الا بعمل المضلع بواسطة المنقلة ومقياس الرسم فينتظر حينئذ هل الشكل يقفل ام لا ولاجل تهيئ هذا العمل باسهل الطرق واصحها يرسم على الورقة عدة عظيمة من الخطوط المتوازية التي تكون عبارة عن اتجاهات الابر المغناطيسية وتستعمل في تعيين وضع المنقلة في سائر نقط الرسم على اختلافها

والطريقة السابقة تستعمل مع النجاح في اخذ رسم مجارى الانهر وانعطافات الطرق ودوائر الاملاك الصغيرة ووجه بيوت مستقلة وبالجلة فهي تستعمل لرسم جميع التفاصيل الدقيقة التي لا يمكن رسمها الا بالبنشيطه مع الصعوبة او البطء ولكن كل ما رسم بالنظر او بواسطة البوصلة يلزم حالا ان ينقل على البنشيطه تفاصيله التي تحصلت اعرفه حقيقة شكل الارض التي لم تزل نصب العين او التي اثرها باق في البال على اصله بل يلزم ايضا في كل ليله تسويد

مارسم على البليثيطة بجبر الشين ثلاثين ماريسم اولا
 (١٩٢) حيث ان جميع خطوط انصاف النهار المغناطيسية يمكن اعتبارها
 متوازية في مسافة صغيرة ينتج انه ليس من الضروري ان تعمل اوضاع في رأس
 كل زاوية من زوايا المضلع المطلوب اخذ رسمه * فانه يمكن ان يستغنى عن
 الرصد في ب لانا اذا عرفنا ميل ب س على خط نصف النهار ج ش
 تحصل معنامل هذا الضلع بالنسبة لخط نصف نهار ب وذلك لان الزوايا
 الداخلة من جهة واحدة حيث ان كل زاوية منها متممة للآخرى كما في بند
 (٢٩) فعدة الدرجات المئينية الموجودة في النقطة س تختلف عما تحصل
 في النقطة ب بقدر ٢٠٠ درجة مئينية فينتسذمتي اردنا عند عمل
 الشكل ان نحدد في النقطة س الاتجاه س س بواسطة الرصد الواقع
 في س لزم ان نأخذ على المنقلة النمرة المقابلة بالمقاطرة للنقطة الموجودة
 في س وبهذه الطريقة نصير عدة الاوضاع قليلة

وينتج ايضا من الخاصية المذكورة انه يمكن ان يرسم من نقطة ايا كانت
 مثل ب خط مواز للخط اس ولاجل ذلك يرصد في ا ميل الخط اس
 ثم توضع البوصلة في النقطة ب مثل وضعها في نقطة ا فينتد المسطرة
 ب خ تكون موازية للخط اس ويعلم ايضا كيف يصنع الانسان في اخراج
 عمود على خط من نقطة مفروضة عليه او خارجة عنه

(١٩٣) اذا فرضنا ان النقطتين ا و ب من الارض كما في (الشكل ١٤٧)
 هما ا و ب على الخريطة وعلما باتجاه الابرة المغناطيسية بالنسبة للمستقيم
 ا ب فكيف نحدد على الخريطة النقطة ق

وطريق ذلك ان نقيس في ق ميل الشعاعين ق ا و ق ب النظريين
 بالنسبة لخط نصف النهار المغناطيسي ونرسم على ا ب من الخريطة بواسطة
 المنقلة خطوط انصاف نهار ح ح و ح ح الخ فاذا تم هذا و اردنا ان نعين
 ميل ا ب بالنسبة للخط ح ح المار بالنقطة ا اخذنا كما تقدم النمرة
 المقابلة بالمقاطرة للنمرة الموجودة في ق ومثل ذلك تفعل بالنسبة للخط و ب

فالتقاطع و لهذين الخطين يكون هو النقطة المطلوبة
 فاذا كان المعلوم اكثر من نقطتين فالمناسب لامتحان العملية ان ترسم اشعة
 اخرى نظرية على الخطوط فهذه الاشعة الجديدة تمر ايضا بالنقطة و
 ان لم يحصل خطأ في العمل الاول اوفى غيره من الاعمال
 وهذه الطريقة تجري كغيرها في الرسم المعلوم منه بعض نقط كروى
 الجبال والارتفاعات الارضية ومبادئ الانحدارات ونهاياتها وغير ذلك
 لكن هذه التحديدات الهندسية لا تكفى بل يلزم ايضا لاجل معرفة اختلاف
 اشكال الارض ان يعلم بخطوط لطيفة بالريشة اتجاه خطوط اكبر الانحدارات
 يعنى المنحنيات التى ترسمها المياه وجميع الاجسام الثقيلة على سطوح الجبال
 والسهول المائلة او يعلم بخطوط متواصلة الطبقات الافقية المتساوية الابعاد
 او منحنيات التسوية المحدودة بعملية التسوية التى يقتضاها يمكن ان
 يتصور الانسان على وجه موافق للطبع جميع عوارض الارض وبالجمله
 فالمناسب ان يرسم مع اللطف والنظافة على وفق اصول رسم التقليد طبق
 الاصطلاحات السائرة جميع ما يلزم فى تركيب خريطة طوبوغرافية
 معلومة النفع

* (اخذ رسم الاماكن بدائرة المساح) *

(١٩٤) دائرة المساح يصعب العمل بها غالبا فى اخذ صورة ارض
 كثيرة التضاريس والعوارض ويمكن استعمالها فى ارض سهلة ليس بها
 هذه الموانع

وهذه الآلة فى العادة دائرة من نحاس طول نصف قطرها من تسع
 سنتمترات الى عشر اى اجزاء من مائة من المتر ومنقسمة الى اربع اجزاء متساوية
 بخطين متقاطعين على زوايا قائمة وقائم على نهايتها اربع هدفات اعمدة على
 حافتها ومثبتة او ممسوكة بربم وهذه الدائرة مربعة مثل البوصلة على ساق
 ذى ثلاثة ارجل ويرصدها كما يرصد بمسطرة البتشيطات ومن اللازم جدا
 ان الهدفات الاربع تكون كلها اعمدة على الاق عند العمل لانه بدون ذلك

• يفسد اتجاه المستقيم الذي يرسم على الأرض المنحدرة في اتجاه الهدفين المائلتين كما هو ظاهر لمن اراد ان يتحقق ذلك

ففى اردنا ان نأخذ صورة قطعة أرض بالدائرة المدكورة فالتا نرسم فى داخلها على طولها مستقيما يسمى قاعدة او خط التمرير وتنزل من جميع زوايا محيطها اعمدة على هذه القاعدة ونقيس هذه الأعمدة بالجترير او بضعف المتر او بالخطوة ان لم يكن الغرض الارسم الأرض تقريبا ويقاس بهذه الكيفية جميع اجزاء القاعدة وينتج من هذا ان قطعة الأرض تنحل الى مثلثات واشباه منحرفات ومستطيلات وانه يمكن بالسهولة تقدير مساحتها السطحية وعمل التبييض بالطريقة المذكورة فى غمرة (١٠٠)

فاذا كان الغرض قياس قطعة أرض لا يمكن الوصول الى داخلها لكن محيطها خال من الموانع فانه يرسم عليه مثلث او مستطيل اى مضلع ذو زوايا قائمة او شبه منحرف او اى مضلع

ولند كر طريقة العمل بالدائرة فى استخراج موقع العمود الذى تريد تنزيه على خط فنقول * لاجل تعيين النقطة د التى هى موقع العمود النازل من رأس الزاوية ب على قاعدة اس كما فى (شكل ١٤٨) نضع مركز الآلة قريبا من د بتوجيهه د فى الآلة المتقابلتين على استقامة الخط اس وتظهر هل النقطة ب توجد فى اتجاه الهدفين الاخرين ام لا لكن هذه النقطة قد تكون فى يسار هذا الاتجاه او فى يمينه ما لم يكن هناك مانع فاذا كانت فى اليسار مثلا فان الآلة تؤخر بالقدر المناسب الى النقطة ا وبعد الامتحان ثانيا بتكرير هذه العملية مرارا حتى يمر شعاع الهدفين بالنقطة ب فبعد عدة مرات يوجد مركز الآلة فى النقطة د

(١٩٥) لاجابة للكلام على اخذ الرسم بالنظر لانه لا يمكن اكتساب معرفته الا باستعمال الآلة المتقدمة وبتاكيد لمن الزم بكشف عسكرى سريعا ان يتعلم اخذ رسم الأرض بواسطة النظرو ان يبرع فى اصول صناعه الحرب ليصور على الخريطة الاشياء التى يريد رئيس العسكر معرفتها لتحقيق

النجاح لجيشه اول تحفظه من هجوم الاعداء عليه

* (الفصل الثالث) *

في نبذة مختصرة في بعض طرق رسمية مستعملة في نقل الرسوم
ونقلها بقياس مختصر

(١٩٦) اذا فرضنا انه يلزم نقل رسم مع بقاء مقداره فانه يرسم مربع في الدائر ثم تحدد بالتقاطعات اوضاع النقط الاصلية كما في عمدة (٨٥) يعني اثنان عمل على النسخة المطلوب نقلها مثلثات مساوية للمثلثات التي تتوهم اوالتي ترسم بقلم الرصاص على النسخة الاصلية ثم بعد ذلك لاجل رسم خطوط منحنية نستعمل طريقة عمدة (١٨٤) فاذا كان معنا عدة خطوط مستقيمة فانه يمكن ايضا تعيين اوضاعها بتوهم انها ممتدة الى خطوط محيط المربع وبذلك تعلم على النسخة الجديدة نقاط تقاطع هذه الخطوط بعينها

وعوضا عن استعمال هذه الطريقة التي هي طويلة جدا خصوصا اذا كان الرسم مشتملا على كثير من التفاصيل نضع على الرسم لوحا من زجاج ملاصقا به ان امكن ذلك او نضع عليه ورقة شفاقة او مزيتة ثم نثقل على فرخ من ورق الفلينك ولكن مع المحافظة على ان نصح بقلم الرصاص اجزاء الرسم الثاني الذي يمكن ان تحتل بهذا العمل الثاني لكن اذا كانت الخطوط المرسومة بجبر الشين على الورق الشفاف لا تظهر ظهورا كافيا من خلف النسخة فائتأنا خذ من ناعم معدن الرصاص ونذلك به وجهها من الورق الشفاف ويكون ذلك الوجه مقابلا للوجه الذي عليه الرسم ويثبت هذا الناعم بذلك الخفيف بقطعة ورق او بخرقة صغيرة ثم نقرش على الورق المعدل للرسم الفرخ المهيأ بهذه الكيفية ويكون الوجه المدلول بالرصاص ملاصقا للورق ثم تتبع بقلم القل جميع خطوط النسخة الاولى مع الاتكاء الكافي بحيث يمكن ان يلقى معدن الرصاص على الورق الفلينكي وبهذه الطريقة يتحصل معنا على وجه النسخة ثاني نقل من النسخة الاصلية وهذا العمل يسمى نقل الرسم

ولنفرض على العموم ان نسبة خطوط النسخة الجديدة لخطوط الاصل كنسبة م : د كافي (شكل ١٤٩) فنفرض ان الاصل ا ب س د ونرسم عليه عدة مستطيلات كثيرة من المربعات الصغيرة مع الدقة بقلم الرصاص ثم نرسم مستطيلا ا س د مشابها للاول بحيث تكون نسبة ا ب : ا س :: م : د :: م : د انظر بند (٩٧) ثم بعد ذلك نرسم في كل مربع صغير من المستطيل ا س د جميع الاشياء الموجودة في المربعات المناظرة لها من الاصل ولاجل ذلك يمكن استعمال طريقة التقاطعات بان تحول جميع الابعاد المأخوذة على الاصل بشرط ان تكون على نسبة م : د كافي (شكل ١٥٠) ولاجل عمل هذه التحويلات نستعمل عادة الزاوية المحولة فنفرض مثلا ان المثلث ا د ع متساوي الساقين وان ا د = ا ع = م ثم د ع = د فنبتدئ اذا كان ا ب المساوي ا س خطأيا كان من الاصل فان مختصره المحول يكون عبارة عن الخط س م ويمكن ايضا ان تنقل جميع النقط الداخلة في كل مربع على حسب ابعاده عن ضلعين من اضلاع هذا المربع فاذا كان الاصل نقيسا جدا لا يراد ان يرسم عليه المربع ا ب س د لزم لاجل حفظه تغطيته بورقة مدهونة او بمرآة يرسم عليها هذا المربع فاذا كانت نسبة سطحى الشكاين كنسبة ط : ق كانت حينئذ مربعات اضلاعهما المتناظرة مناسبة لهذين السطحين فاذا اشرنا بالحرف ا لاحد خطوط الاصل وبالحرف ا للخط المناظر له من النسخة الجديدة تحصل

$$\left. \begin{array}{l} \text{ط : ق :: ا : ا'} \\ \text{ومنه ينتج ان } \frac{\text{ط}}{\text{ق}} = \frac{\text{ا}}{\text{ا'}} \end{array} \right\} \text{فحينئذ ا يكون}$$

$$\text{مطابقا متناسباين ا و } \frac{\text{ا}}{\text{ط}}$$

وهالك عمال هندسيا يحل هذه المسئلة الاخيرة

وهو ان ترسم على ا ب كافي (شكل ١٥١) باعتباراه قطرا مساويا ط + ق نصف محيط ومن النهاية ق من جزء ا ق = ط تقيم ق د

عمودا على ab ثم ترسم مستقيمين $دش$ و $دك$ غير محدودين
فحينئذ يقال حيث كان مربع الوترين $اد$ و $دب$ على نسبة كالنسبة
الواقعة بين الجزئين $اف$ و $فب$ او كنسبة $ط : و$ انظر بند
(٥٤) كان من المعلوم اننا اذا اخذنا الخط $دش$ مساويا لخط $ايا$ كان من
الاصل ورسمنا من النقطة $ش$ الخط $شك$ موازيا $اب$ كان المستقيم
 $دك$ هو الخط المناظر من النسخة الجديدة

والاسهل من ذلك ايضا ان تعمل اول مقياس النسخة الجديدة وتستعمله
في التفاصيل الصغيرة لتحويل الابعاد المأخوذة على الاصل كما في بند (١٠١)
وهذا العمل سهل للرسوم المتعلقة بالمصالح العامة بسبب ان مقاييسها على
نسبة معينة لكن حينئذ لا يمكن في الاغلب ان يقع تحويل الرسوم منفردة
الا اذا كان المراد جمعها حين تكون عبارة عن اشياء قابلة للالتئام مثل
تفاصيل الدواليب والآلات والتفاصيل التي يتكون منها خريطة بلدة
مرسومة على عدة اوراق بمقتضى مقاييس مختلفة

وهذه الطرق المختلفة في نقل الرسوم او تحويلها وان كانت سهلة في حد ذاتها
الا انها غير مستعملة في الخطوط التي محيطاتها كثيرة الانعطافات وتفاصيلها
كثيرة اما لكثرة الاعمال التي تقتضيها واما لطول الزمن الذي يلزم لها لاجل
تحصيل ما يمكن من الصحة ولذلك يستعمل في مثل هذه الصورة آلة الينطغرافة
التي وظيفتها ان ينسخ بها مع السرعة كل نوع من انواع الرسم لكن لاجل ان
تكون هذه النسخ موثوقا بها بالكلية يلزم ان تكون هذه الينطغرافة محررة
تحريرا صحيحا ويستعملها الانسان مع الاحتياط والخفة

وقد تم تحرير هذا المختصر وتصحيحه * وقابلته على أصله وتقيحه * وأزاله
 ما كان في الأصل من العثمات * والعدول عما فيه من سخب الاصطلاحات *
 على يد بعض خوجات مدرسة مهند سمحانة الخديوية * جعلها الله عامرة
 أهله بهية * وذلك تحت نظارة من ناداه السعد بليك * حضرة الأمير
 علي بك * وكان تمام طبعه بمطبعة هذه المدرسة * التي هي على
 أساطين المعارف مؤسسه * في أوائل شوال
 المعظم الذي هو من شهور سنة ١٢٧٠هـ من
 هجرة من له العز والشرف صلى الله
 وسلم عليه وعلى آله
 وصحبه وسلم
 آمين
 تم

